

فهرس الوحدة الأولى



الوحدة الأولى : الأعداد الحقيقة

الدرس الأول: الجذر التكعيبي للعدد النسبي

ملخص الدرس:

★ الجذر التربيعي للعدد النسبي أ هو العدد الذي مكعبه يساوي أ

★ يرمز للجذر التكعيبي للعدد النسبي أ بالرمز $\sqrt[٣]{\text{أ}}$

★ $\sqrt[٣]{\text{أ}^{٣}} = \text{أ}$

ملحوظة :

- الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب يكون موجباً فمثلا : $\sqrt[٣]{٨} = ٢$
- الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب يكون سالباً فمثلا : $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$
- $\sqrt[٣]{\text{صفر}}$ = صفر
- يمكن إيجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل :

(١) بتحليل العدد إلي عوامله الأولية (٢) باستخدام الالة الحاسبة

مثال محلول (١):

باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي و تحقق من صحة الناتج باستخدام الالة الحاسبة :

(١) $\sqrt[٣]{٥١٢}$ (٢) $\sqrt[٣]{-2\frac{10}{27}}$ (٣) $\sqrt[٣]{٠,٣٤٣}$

١٢	٢
٢٥٦	٢
١٢٨	٢
٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

الحـــــــــــل

(١) $\sqrt[٣]{٥١٢} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$

(٢) $\sqrt[3]{-\frac{10}{27}2} = \sqrt[3]{\frac{-٦٤}{٢٧}} = \frac{-٢ \times ٢}{٣} = \frac{-4}{3}$

٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

(٣) $\sqrt[3]{٠,٣٤٣} = \sqrt[3]{\frac{٣٤٣}{١٠٠٠}} = \frac{٧}{١٠} = ٠,٧$

تدريب (١): باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي و تحقق من صحة الناتج باستخدام الالة الحاسبة :

(١) $\sqrt[3]{٢١٦}$ (٢) $\sqrt[3]{-١٢٥}$ (٣) $\sqrt[3]{٠,٧٢٩}$

مثال محلول (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٣} - ٢ = ٦$



$س^{٣} - ٢ = ٦$ ⬅ $س^{٣} = ٨$ ⬅ $س = \sqrt[3]{٨} = ٢$

∴ مجموعة الحل = { ٢ }

تدريب (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $س^{٣} + ٥ = ٤$

مثال محلول (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{(-٢٧)^{٢}} = ...$

أ) ٩ ب) ٣ ج) −٣ د) − ٩

(٢) $\sqrt[3]{٠,٠٠٨} + ٠,٨ = ...$

أ) ٠,١٦ ب) ٠,٨٨ ج) 1 د) ١٠



(٣) $\sqrt[3]{-٨} + \sqrt[3]{٨}$ = ...

أ) ٨ ب) ٤ ج) صفر د) −٤

الحـــــــــــــل

(١) أ) ٩ (٢) ج) 1 (٣) ج) صفر

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{٨} - \sqrt[3]{-١}$ = ...

أ) ٢ ب) ٣ ج) 7 د) ٩

(٢) $\sqrt[3]{٠,٠٢٧} \times \sqrt[3]{١٠٠٠}$ = ...

أ) ٠,٠٣ ب) ٠,٣ ج) ٣ د) ٣٠

(٣) مجموعة حل المعادلة في ن : ٢س^{٣} = − ٥٤ هي ....

أ) { − ٣ } ب) { ٣ } ج) $\varnothing$ د) { − ٢ }

مثال محلول (٤): أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ٢٧ سم^{٣}

الحـــــــــــــل

حجم المكعب = ل^{٣} (حيث ل طول حرف المكعب)

ل = $\sqrt[3]{٢٧}$ = ٣ سم

∴ المساحة الكلية للمكعب = ٦ × (٣)^{٢} = ٥٤ سم^{٢}

تدريب (٤): أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ٦٤ سم^{٣}

حل تدريب (١): (١) ٦ (٢) – ٥ (٣) ٠,٩

حل تدريب (٢): { – ١ }

حل تدريب (٣): (١) ب ٣ (٢) ج ٣ (٣) أ { – ٣ }

حل تدريب (٤): ٩٦ سم^{٢}

تمارين على الدرس الأول

السؤال الأول: باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي

(أ) $\sqrt[٣]{٠.٥١٢}$ (ب) $\sqrt[٣]{٢٤ + ٣}$ (جـ) $\sqrt[٣]{-٨ \times ٢٧}$

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[٣]{-٨} + \sqrt[٣]{٢٧}$ = ...

أ ٥ ب ٢ ج ١ د –٢

(٢) $\sqrt[٣]{١٥\frac{٥}{٨}}$ = ...

أ ٥ ب $\frac{٥}{٢}$ ج ٢ د $\frac{٢}{٥}$

السؤال الثالث: أوجد في ن مجموعة الحل لكل من المعادلات الاتية :

(١) س^{٣} – ١ = ٧

(٢) ٢س^{٣} = ٢

(٣) (س – ١)^{٣} – ٢ = ٦

السؤال الرابع: أوجد المساحة الجانبية لمكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣}



حلول تمارين على الدرس الأول

إجابة السؤال الأول:

(أ) ٠,٨ (ب) ٣ (جـ) – ٦

إجابة السؤال الثاني:

(١) ⓙ ١ (٢) ⓑ $\frac{٥}{٢}$

إجابة السؤال الثالث: ط

(١) { ٢ } (٢) { ١ } (٣) { ٣ }

إجابة السؤال الرابع: ١٠٠ سم^{٢}

الدرس الثاني : مجموعة الأعداد غير النسبية ن/

ملخص الدرس:

العدد غير النسبي ن/ : هو العدد الذي لا يمكن وضعه علي صورة $\frac{أ}{ب}$

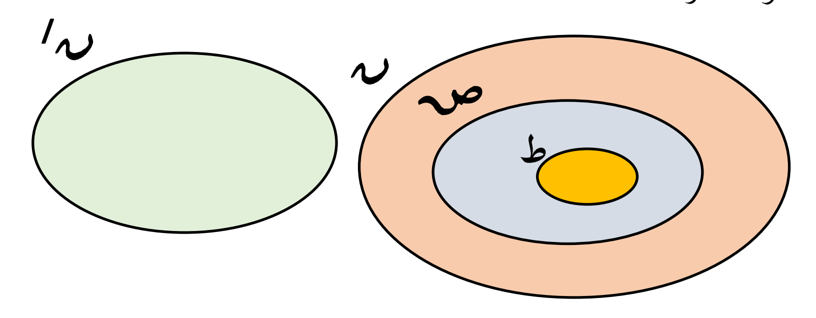
حيث : أ ∈ ص ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر

من أمثلة الأعداد غير النسبية:

(١) الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التي ليست مربعات كاملة مثل : $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١١}$ ، $\sqrt{١٥}$

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد التي ليست مكعبات كاملة مثل : $\sqrt[3]{٧}$ ، $\sqrt[3]{-11}$ ، $\sqrt[3]{25}$

(٣) النسبة التقريبية π حيث : $\pi = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{طول قطرها}}$ ، $\pi \simeq ٣,١٤١٥$



مجموعتان متباعدتان (منفصلتان)

ملحوظة

ن ∩ ن/ = ∅

ن − ن/ = ن

ن/ − ن = ن/

مثال (١) : وضح أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأيها غير نسبي.

١) $\sqrt{٩}$ ٢) $\sqrt[3]{٨-}$ ٣) $\sqrt{١٣}$ ٤) $\sqrt[3]{١٧}$ ٥) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}}$ ٦) π

الحـــــــــــل

١) $\sqrt{٩}$ = ٣ ∈ ن ٢) $\sqrt[3]{٨-}$ = −٢ ∈ ن

٣) $\sqrt{١٣}$ ∈ ن/ ٤) $\sqrt[3]{١٧}$ ∈ ن/

٥) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢} \in$ ن ٦) $\pi \in$ ن'

تدريب (١): وضح أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأيها غير نسبي.

١) $\sqrt{٣٦}$ ٢) $\sqrt[٣]{٠,٢٥}$ ٣) $\sqrt[٣]{٩}$ ٤) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ٥) $\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}}$ ٦) $\left|\frac{-٤}{١١}\right|$

مثال (٢) : أكمل بوضع علامة $\in$ أو $\notin$ لتكون العبارة صحيحة :

١) $\sqrt{١٠}$ .... ن ٢) $-\sqrt{\frac{٣٦}{٤٩}}$ .... ن ٣) $\sqrt[٣]{٤١}$ ...... ن

٤) $\sqrt[٣]{-٠,٨}$ ..... ن' ٥) $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ .... ن' ٦) $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}}$ ...... ن'

الحـــــــــــل

١) $\sqrt{١٠} \notin$ ن ٢) $-\sqrt{\frac{٣٦}{٤٩}} \in$ ن ٣) $\sqrt[٣]{٤١} \notin$ ن

٤) $\sqrt[٣]{-٠,٨} \in$ ن' ٥) $\sqrt[٣]{-١٢٥} \notin$ ن' ٦) $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}} \notin$ ن'

تدريب (٢): أكمل بوضع علامة $\in$ أو $\notin$ لتكون العبارة صحيحة :

١) $\sqrt{\frac{٦٤}{٨١}}$ .... ن ٢) $-\sqrt{٢٩}$ .... ن ٣) $\sqrt[٣]{٢١٦}$ ...... ن

٤) $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ ..... ن' ٥) $-\sqrt[٣]{٢٥}$ .... ن' ٦) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ .... ن'

مثال (٣) : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) مربع طول ضلعه $\sqrt{٥}$ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}

أ) $٢\sqrt{٥}$ ب) $٤\sqrt{٥}$ ج) ٥ د) ٢٥

(٢) $\sqrt{١٣}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

(٣) ١ + $\sqrt{٥}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

(٤) ن ∩ ن/ = ...

أ) ∅   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

الحـــــــــــــل

(١) ٥   (٢) ن/   (٣) ن/   (٤) ∅

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(1) π ∈ ....

أ) ط   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

(2) $\sqrt{0,008}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

(3) 9 + $\sqrt{2}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

(4) ن – ن = ...

أ) ∅   ب) ص   جـ) ن   ء) ن/

حل تدريب (١):

١) ن   ٢) ن'   ٣) ن'   ٤) ن   ٥) ن   ٦) ن

حل تدريب (٢):

١) $\in$ ٢) $\notin$ ٣) $\in$ ٤) $\notin$ ٥) $\in$ ٦) $\notin$

حل تدريب (٣):

١) ن'   ٢) ن'   ٣) ن'   ٤) ن

تمارين علي الدرس الثاني

(١) أكمل ما يأتي باستخدام أحد الرمزين : ن أو ن'

(١) مربع طول ضلعه $\sqrt{٧}$ سم فإن مساحة سطحه $\in$ ....

(٢) $\left| -٣\frac{١}{٢} \right|$ $\in$ ....   (٣) $\sqrt[٣]{-١٦}$ $\in$ ....

(٤) صفر $\in$ ....   (٥) $\sqrt[٣]{-١}$ $\in$ ....

(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) ن' .... ص

أ) $\in$ ب) $\notin$ ج) $\subset$ د) $\not\subset$

(٢) $\sqrt{٢\frac{١}{٤}}$ $\in$ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن'

(٣) $\sqrt[٣]{٢٥}$ $\in$ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن'

(٣) اكتب أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٤ ، ٥



حلول تمارين على الدرس الثانى

(١) (١) $\in$ (٢) $\in$ (٣) $\notin$ (٤) $\in$ (٥) $\in$

(٢) (١) $\not\subset$ (٢) $\in$ (٣) $\notin$

(٣) الأعداد هي : $\sqrt{17}$ ، $\sqrt{18}$ ، $\sqrt{19}$ ، $\sqrt[3]{٩٤}$ ، $\sqrt[3]{٩٥}$

الدرس الثالث : إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

ملخص الدرس: لإيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي $\sqrt{٢}$ بدون استخدام الالة الحاسبة نتبع الآتى :

(١) نبحث عن عدد مربع كامل أصغر من ٢ ، عدد مربع كامل أكبر من ٢ :

فنجد : $١ < ٢ < ٤$

(٢) بأخذ الجذر التربيعي للجميع

$\sqrt{١} < \sqrt{٢} < \sqrt{٤}$ ⟸ $١ < \sqrt{٢} < ٢$

(٣) بفحص القيم : $(١,١)^٢ = ١,٢١$ ، $(١,٢)^٢ = ١,٤٤$

$(١,٣)^٢ = ١,٦٩$ ، $(١,٤)^٢ = ١,٩٦$

$(١,٥)^٢ = ٢,٢٥$ ⟸ نجد أن : $١,٤ < \sqrt{٢} < ١,٥$

(٤) فما سبق نلاحظ أن : $\sqrt{٢}$ = ١,٤ + كسر عشري

تمثيل العدد غير النسبي على خط الاعداد:

تذكر أن : إذا كان المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب

فإن : $(أجـ)^٢ = (أب)^٢ + (بجـ)^٢$ نظرية فيثاغورث

لتحديد النقطة التي تمثل $\sqrt{٢}$ على خط الاعداد نتبع الخطوات التالية :

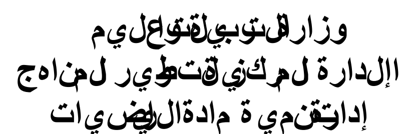
(١) نوجد ثلاثة أعداد تمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية على أن تكون $\sqrt{٢}$ طول أحد أضلاعه

فنجد أن : الأطوال ١ ، ١ ، $\sqrt{٢}$ تمثل أطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية

حيث : $(١)^٢ + (١)^٢ = (\sqrt{٢})^٢$

أي أن طول وتر المثلث الذي طولا ضلعي القائمة ١ ، ١ وحدة طول

يساوي $\sqrt{٢}$ وحدة طول

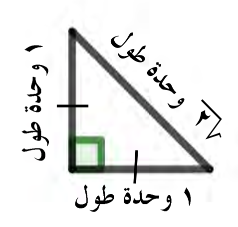




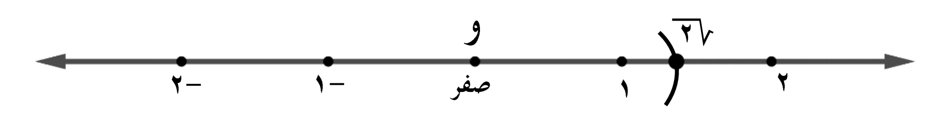
(٢) نرسم بالأدوات الهندسية مثلث قائم الزاوية

طولا ضلعي القائمة ١ ، ١ وحدة طول

فيكون طول وتر هذا المثلث $\sqrt{٢}$ وحدة طول



(٣) نرسم خط الاعداد وارتكز بسن الفرجار في نقطة و ، وبفتحة تساوي طول وتر المثلث نرسم قوسا يقطع خط الاعداد على يمين و في نقطة هذه النقطة هي التي تمثل $\sqrt{٢}$ وإذا رسم قوسا يقطع خط الاعداد على يسار و في نقطة هذه النقطة هي التي تمثل $-\sqrt{٢}$



مثال (١) : أوجد قيمة تقريبية للعدد : $\sqrt{١٠}$

الحـــــــــــــــل

$٩ < ١٠ < ١٦$ ⟸ $٣ < \sqrt{١٠} < ٤$

$(٣.١)^٢ = ٩.٦١$ ، $(٣.٢)^٢ = ١٠,٢٤$

$\sqrt{١٠} = ٣,١ +$ كسر عشري $\simeq ٣,١٤$

تدريب (١): أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{٥}$

مثال (٢) : أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد : $\sqrt{٥}$

الحـــــــــــــــل

$٤ < ٥ < ٩$  $٢ < \sqrt{٥} < ٣$

$\sqrt{٥}$ يقع بين العددين الصحصحين ٢ ، ٣

تدريب (٢): أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد : $\sqrt{١٢}$



مثال (٣) : أثبت أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين : ١,٧ ، ١,٨

الحـــــــــل

$(\sqrt{٣})^٢ = ٣$ ، $(١,٧)^٢ = ٢,٨٩$ ، $(١,٨)^٢ = ٣,٢٤$

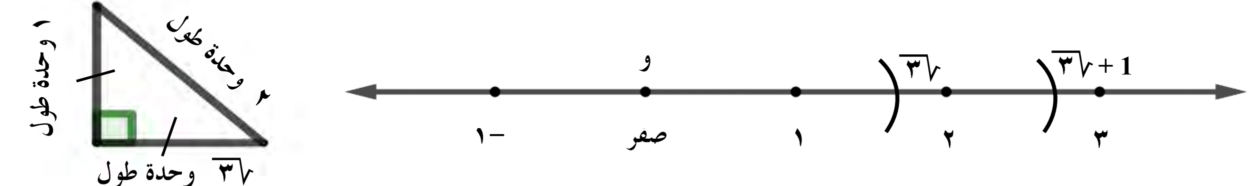
$٢.٨٩ < ٣ < ٣,٢٤$ ⟸ $١.٧ < \sqrt{٣} < ١,٨$

أي أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

تدريب (٣): أثبت أن : $\sqrt{٧}$ ينحصر بين : ٢,٦٤ ، ٢,٦٥

مثال (٤) : ارسم خط الاعداد وحدد علية النقطة التي تمثل : $١ + \sqrt{٧}$





تدريب (٤): ارسم خط الاعداد وحدد علية النقطة التي تمثل : $١ + \sqrt{٥}$

مثال (٥) : أوجد في ح' مجموعة حل كل من المعادلات الاتية :

(١) $س^٢ - ١ = ٤$ (٢) $س^٣ = ٤$

الحـــــــــل

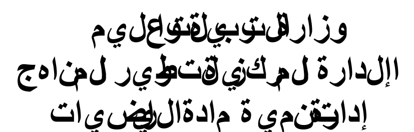
(١) $س^٢ = ٥$ ∴ $س = \pm \sqrt{٥}$ ∴ مجموعة الحل = $\{ \sqrt{٥} ، -\sqrt{٥} \}$

(٢) $س = \sqrt[٣]{٤}$ ∴ مجموعة الحل = $\{ \sqrt[٣]{٤} \}$

تدريب (٥): أوجد في ح' مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

(١) $س^٣ = ١٠$ (٢) $(س - ١)^٢ = ٤$





مثال (٦) : إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، س < $\sqrt{٧}$ < س + ١ فأوجد قيمة س

الحـــــــــــل

٤ < ٧ < ٩ ⟸ ٢ < $\sqrt{٧}$ < ٣ ⟸ ∴ س = ٢

تدريب (٦): إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، س < $\sqrt{٨٠}$ < س + ١ فأوجد قيمة س

حل تدريب (١): $\sqrt{٥}$ ≃ ٢,٢

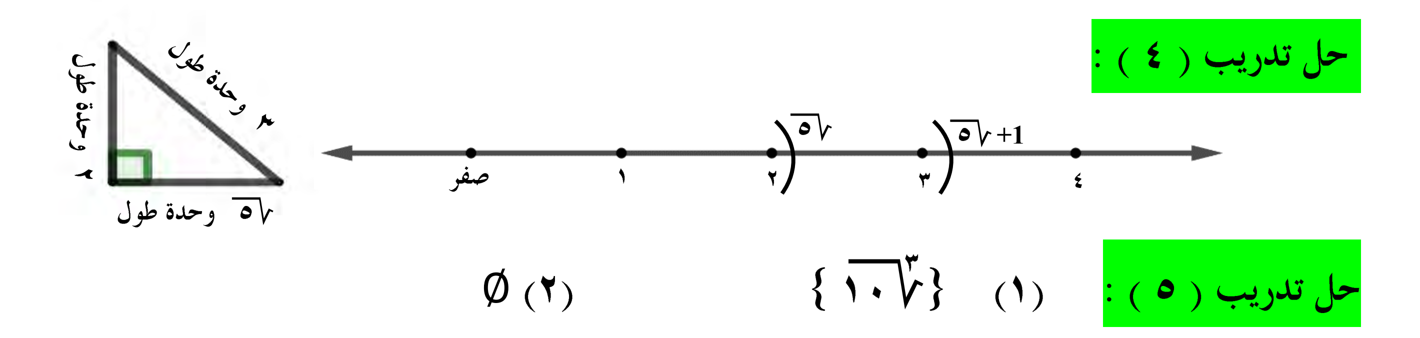
حل تدريب (٢): $\sqrt{١٢}$ يقع بين العددين الصحيحين : ٣ ، ٤

حل تدريب (٣): $(\sqrt{٧})^٢$ = ٧ ، $(٢,٦٤)^٢$ = ٦,٩٧ ، $(٢,٦٥)^٢$ = ٧,٠٢

٦,٩٧ < ٣ < ٧,٠٢ ⟸ ٢,٦٤ < $\sqrt{٧}$ < ٢,٦٥

أي أن : $\sqrt{٧}$ تنحصر بين : ٢,٦٤ ، ٢,٦٥

حل تدريب (٤) :



حل تدريب (٥) : (١) {$\sqrt[٣]{١٠}$} (٢) ∅

حل تدريب (٦) : س = ٨



تمارين علي الدرس الثالث

السؤال الأول: أوجد في ن/ مجموعة حل كل من المعادلات الاتية :

(١) $6س^{٢} = ١٨$ (٢) $3س^{٣} - ١ = ٢$ (٣) $س^{٣} - ١ = ٦$

السؤال الثاني: ارسم خط الاعداد وحدد عليه النقطة التي تمثل : $٣ - \sqrt{٢}$

السؤال الثالث: إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، $س < \sqrt{٥} < س + ١$ فأوجد قيمة س

السؤال الرابع: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) العدد الغير نسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ....

أ) $\sqrt{١٠}$ ب) $\sqrt{٧}$ ج) ٢,٥ د) $\sqrt{٣}$

(٢) المربع الذي مساحة سطحة ١٠ $سم^{٢}$ يكون طول حرفة = ... سم

أ) − ٥ ب) $-\sqrt{١٠}$ ج) $\sqrt{١٠}$ د) ٥

(٣) $\sqrt{١٠} \simeq$ ....

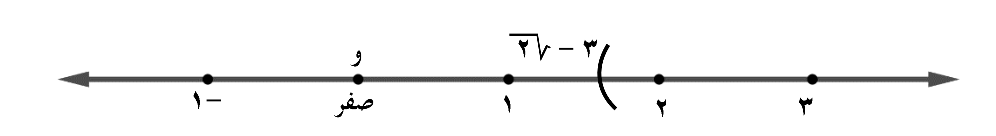
أ) ٢,٩٩ ب) ٣,٧١ ج) ٣ د) − ٣,٢

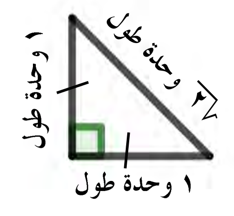


حلول تمارين على الدرس الثالث

إجابة السؤال الأول: (١) $\{\sqrt{٣} ، -\sqrt{٣}\}$ (٢) $\emptyset$ (٣) $\{\sqrt[٣]{٧}\}$

إجابة السؤال الثاني:





إجابة السؤال الثالث:

س = ٢

إجابة السؤال الرابع:

(١) ب $\sqrt{٧}$ (٢) ج $\sqrt{١٠}$ (٣) ج ٣



الدرس الرابع: مجموعة الأعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

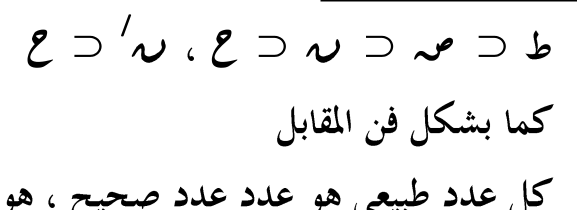
سبق أن درست المجموعتين : ن ، ن/ والآن يمكن أن نحصل على مجموعة جديدة ناتجة من إتحاد المجموعتين ن ، ن/ معًا هي مجموعة الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز ع

أي أن : ع = ن ∪ ن/

مع مراعاة الملاحظات الآتية :

(١) ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ع ، ن/ ⊂ ع

كما بشكل فن المقابل

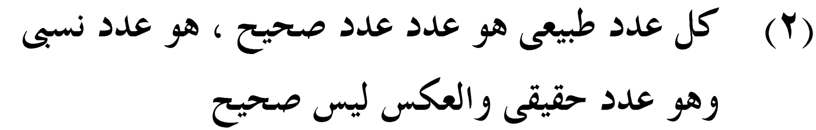


(٢) كل عدد طبيعي هو عدد عدد صحيح ، هو عدد نسبى وهو عدد حقيقي والعكس ليس صحيح

- كل عدد غير نسبى هو عدد حقيقي فقط

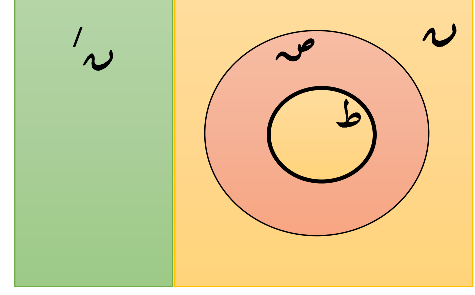
(٣) **على خط الأعداد :**

ن



- جميع الأعداد الحقيقية الموجبة تمثل بنقاط على يمين النقطة التي تمثل العدد صفر
- جميع الأعداد الحقيقية السالبة تمثل بنقاط على يسار النقطة التي تمثل العدد صفر

مثال (١) :

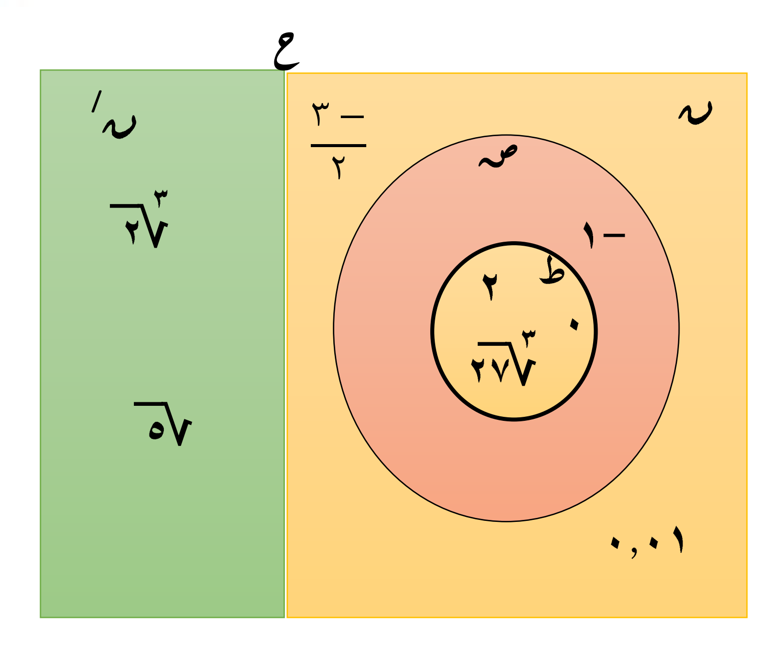


في شكل فن المقابل : ضع كل عدد من الأعداد الآتية :

في المكان المناسب له :

٢ ، −١ ، $\sqrt[3]{٢٧}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\sqrt{٥}$ ، ٠ ، $\sqrt[3]{٢}$ ، ٠,٠١

الحـــــــــــــل



تدريب (١) :

في شكل فن المقابل : ضع كل عدد من الأعداد الآتية في المكان المناسب له :

$\sqrt[3]{-8}$ ، $\frac{7}{2}$ ، $\sqrt{64}$ ، $\sqrt{10}$ ، ٠,٦ ، $\sqrt[3]{16}$

مثال (٢) :

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

(١) الصفر عدد حقيقي. ( )

(٢) $\sqrt{-1} \in$ ع ( )

(٣) على خط الأعداد النقط التي تمثل الأعداد : $\sqrt[3]{-64}$ ، $-\sqrt{16}$ ، $\frac{-20}{5}$ هي نفس النقطة. ( )

الحـــــــــــــل

(١) ✓

(٢) ✗

(٣) ✓

تدريب (٢) :

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

(١) $\sqrt{-٤} \in ح$ ( )

(٢) ص $\cup$ ن$'$ = ح ( )

(٣) ($\sqrt{٢}$ + ١) $\notin$ ح ( )

تمارين على الدرس الرابع

1. اختر الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) { −٣ ، $\sqrt{٣}$ } $\subset$ ....

(أ) ص (ب) ن (جـ) ن$'$ (د) ح

(٢) ح − ن$'$ = ...

(أ) ط (ب) ص (جـ) ن (د) $\emptyset$

(٣) على خط الأعداد النقطة التي تمثل العدد $\sqrt{٩}$ هي نفس النقطة التي تمثل العدد ....

(أ) $-\sqrt{٩}$ (ب) $-\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt[٣]{٢٧}$ (د) $\frac{1}{3}$

2. أكمل كلًا مما يأتي :

(١) ن $\cup$ ن$'$ = ...

(٢) ن $\cap$ ن$'$ = ...

(٣) ص $\cap$ ن$'$ = ...

(٤) { ٢ ، $\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt{٢}$ } $\cap$ ن$'$ = ...



3. على خط الأعداد المقابل :

-٤ -٣ -٢ -١ صفر ١ ٢ ٣ ٤

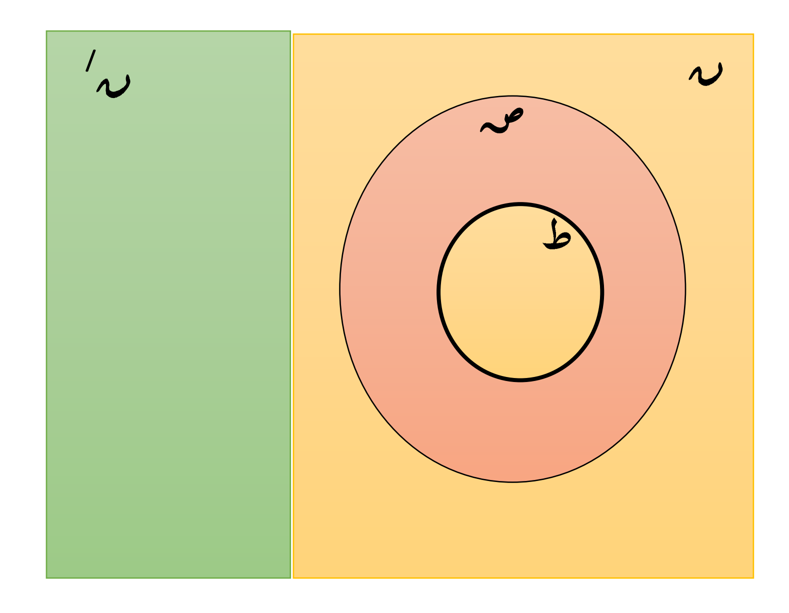
حدد النقطة أ التي تمثل العدد : $\sqrt{٤}$ ،

النقطة ب التي تمثل العدد : $-\sqrt[3]{٢٧}$ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$

4. أكمل الجدول التالى بوضع العلامة المناسبة من العلامتين (✓ أو ✗) كما هو موضح بالصف الأول من الجدول :

العدد	ط	ص	ن	ن/	ح
-٣	✗	✓	✓	✗	✓
$\sqrt{٢}$					
$\frac{3}{5}$					
١					
٠,٧					

إجابة تدريب (١) :



إجابة تدريب (٢) :

(١) ✗

(٢) ✗

(٣) ✗

إجابة تمارين على الدرس الرابع

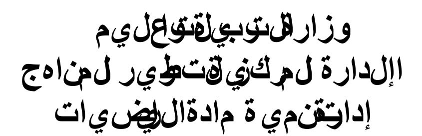
1. (١) (د) ح   (٢) (جـ) ن   (٣) (جـ) $\sqrt[3]{27}$

2. (١) ح   (٢) Ø   (٣) Ø   (٤) $\{\sqrt{2} ، \sqrt[3]{2}\}$

3. أب = ٥ وحدة طول

4.

العدد	ط	ص	ن	ن/	ح
−٣					
$\sqrt{2}$	✗	✗	✗	✓	✓
$\frac{3}{5}$	✗	✗	✓	✗	✓
١	✓	✓	✓	✗	✓
٠,٧	✗	✗	✓	✗	✓

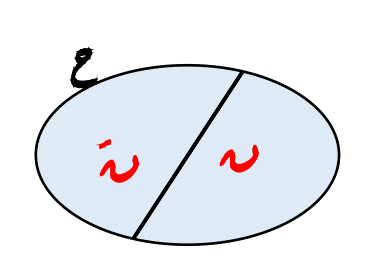




الدرس الخامس: علاقة الترتيب في ح

ملخص الدرس:

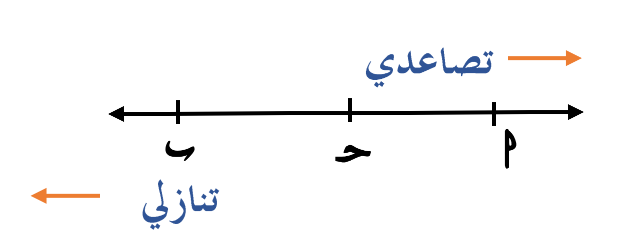
- مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ح+ = {س: س ∈ ح ، س > ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة ح_ = {س: س ∈ ح ، س < ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة = ح_ ∪ {٠} = {س: س ∈ ح ، س ≤ ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة = ح+ ∪ {٠} = {س: س ∈ ح ، س ≥ ٠}



- س ∪ س' = ح ، س ∩ س' = ∅
- ح − س = س' ، ح − س' = س
- ح − {٠} = ح* ، ح = ح ∪ ح_ ∪ {٠}

إذا كان : أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية علي خط الأعداد الحقيقية

فإن : أ > ب



الترتيب التصاعدي هو : ب < حـ < أ

الترتيب التنازلي هو : أ > حـ > ب

مثال (١) :

ضع علامة < أو > أو = لتكون العبارة صحيحة.

١) √٧ ...... ٣   ٢) √١١ ...... ٢   ٣) −√٢١ ...... −٥

٤) ∛٦٤ ...... √١٦   ٥) ∛−١٢٥ ...... −√١٦   ٦) √٥ ...... ∛٢٧

الحـــــــــل

١) >　　　٢) <　　　٣) <

٤) =　　　٥) >　　　٦) >

تدريب (١) : ضع علامة > أو < أو = لتكون العبارة صحيحة.

١) $٨ \;......\; \sqrt{٩٤}$　　　٢) $٥ \;......\; \sqrt{١١}$　　　٣) $-٣ \;......\; -\sqrt{٢١}$

٤) $\sqrt[٣]{-٧} \;......\; -\sqrt{٧}$　　　٥) $٢+\sqrt{٥} \;......\; ٣+\sqrt{٣}$　　　٦) $\sqrt{٣٦} \;......\; \sqrt[٣]{١٠١}$

مثال (٢) : رتب تصاعديا.

$\sqrt[3]{-٨}$ ، $\sqrt{٢١}$ ، $\sqrt{٨٥}$ ، $-\sqrt{٩}$ ، $\sqrt{١٣}$ ، ٧

الحـــــــــل

$\sqrt[٣]{-٨} = -2$ ، $-\sqrt{٩} = -٣$ ، $٧ = \sqrt{٤٩}$

الترتيب التصاعدي هو : $-\sqrt{٩}$ ، $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt{١٣}$ ، $\sqrt{٢١}$ ، 7 ، $\sqrt{٨٥}$

تدريب (٢) : رتب تصاعديا.

$\sqrt{٦٩}$ ، $\sqrt[3]{-٢٧}$ ، 5 ، $\sqrt[3]{-١}$ ، $\sqrt{١١}$ ، 6

مثال (٣) : أوجد أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٥ ، ٦



الحـــــــــل

$٥ = \sqrt{٢٥}$ ، $٦ = \sqrt{٣٦}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ٥ ، ٦ هي : $\sqrt{٢٦}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٣٤}$ ، $\sqrt{٣٥}$



تدريب (٣) : أوجد أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ١٠ ، ١١

مثال (٣) : مكعب حجمه ٢,٧٤٤ $سم^{٣}$ احسب طول حرفه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الحرف تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

الحــــــــــــل

طول الحرف = $\sqrt[٣]{حجم\ المكعب}$ = $\sqrt[٣]{٢,٧٤٤}$ = ١,٤ سم

طول الحرف يمثل عدداً نسبياً

تدريب (٤) : مربع مساحته ١٧ $سم^{٢}$ احسب طول ضلعه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الضلع تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

حل تدريب (١) : ١) > ٢) < ٣) < ٤) < ٥) > ٦) <

حل تدريب (٢) : $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$ ، $\sqrt{٢٥} = ٥$ ، $\sqrt[٣]{-١} = -١$ ، $\sqrt{٣٦} = ٦$

الترتيب التصاعدي هو : $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-١}$ ، $\sqrt{١١}$ ، ٥ ، ٦ ، $\sqrt{٦٩}$

حل تدريب (٣) :

$١٠ = \sqrt{١٠٠}$ ، $١١ = \sqrt{١٢١}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ١٠ ، ١١ هي : $\sqrt{١١٣}$ ، $\sqrt{١١٥}$ ، $\sqrt{١١٧}$ ، $\sqrt{١٢٠}$

حل تدريب (٤) :

طول الحرف = $\sqrt{مساحة\ المربع}$ = $\sqrt{١٧}$ ≃ ١,٤ سم

طول الحرف لا يمثل عدداً نسبياً



تمارين على الدرس الخامس

(١) ضع علامة > أو < أو = لتكون العبارة صحيحة.

١) $\sqrt{٢٥}$ ...... $\sqrt[٣]{١٢٥}$ ٢) $\sqrt{٤١}$ ...... ٤   ٣) $-\sqrt{٢٥}$ ...... $-\sqrt[٣]{١١٥}$

٤) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ ...... ١,٢٥   ٥) $\sqrt{٤٣}$ ...... $\sqrt[٣]{٦٤}$ ٦) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ...... $-\sqrt{١١}$

(٢) رتب تنازليا. $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{١٠١}$ ، -٧ ، $\sqrt{٣١}$

(٣) مكعب حجمه ١,٣٣١ سم^{٣} احسب طول حرفه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الحرف تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

(٤) أوجد ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٨ ، ٩.

إجابة تمارين على الدرس الخامس

(١)   ١) =   ٢) <   ٣) >   ٤) <   ٥) <   ٦) >

(٢) $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

الترتيب التنازلي هو : $\sqrt{١٠١}$ ، $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٣١}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، -٧

(٣)   طول الحرف $= \sqrt[٣]{١,٣٣١} = ١,١$ سم ، طول الحرف يمثل عدداً نسبياً

(٤) $٨ = \sqrt{٦٤}$ ، $٩ = \sqrt{٨١}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ٨ ، ٩ هي : $\sqrt{٦٥}$ ، $\sqrt{٦٦}$ ، $\sqrt{٨٠}$

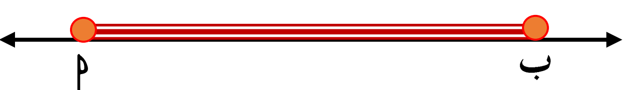
الدرس السادس: الفترات

ملخص الدرس: الفترة : هى جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية

أنواع الفترات :

أولا : الفترات المحدودة : إذا كانت : أ ، ب ∈ ح فإن :

(١) الفترة المغلقة [أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب } وتمثل على خط الأعداد



(٢) الفترة المفتوحة] أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ < س < ب }



(٣) الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }



] أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }



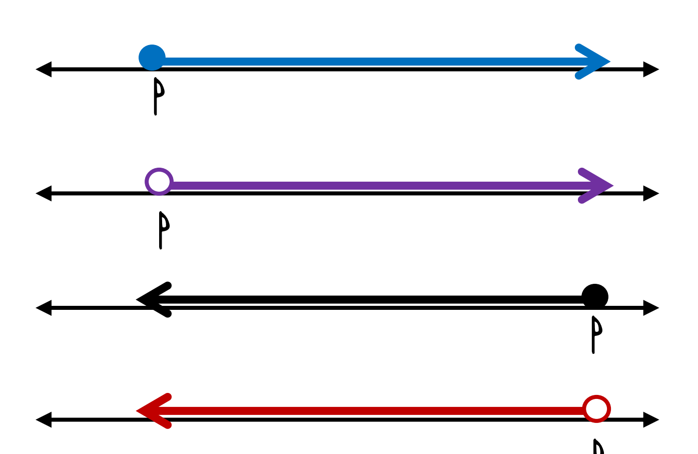
ثانيا : الفترات غير المحدودة :

[أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س ≥ أ }

] أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س > أ }

] –∞ ، أ] = { س : س ∈ ح ، س ≤ أ }

] –∞ ، أ [= { س : س ∈ ح ، س < أ }



ملاحظات :

(١) مجموعة الاعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة :] − ∞ ، ∞ [

(٢) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة : ح$_{+}$ =] ٠ ، ∞ [

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة : ح$_{-}$ =] − ∞ ، ٠ [

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] − ∞ ، ٠]

مثال (١) : أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأأعداد :

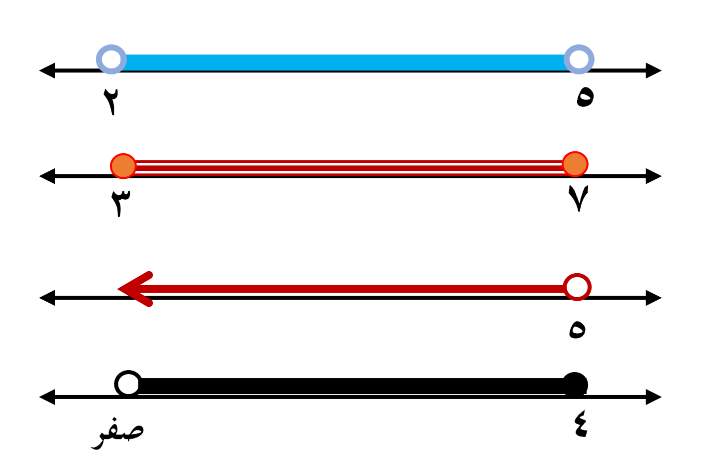
١) سَ = {س : س ∈ ح ، ٢ < س < ٥ }

٢) سَ = {س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س ≤ ٧ }

٣) سَ = {س : س ∈ ح ، س < ٥ }

٤) سَ = {س : س ∈ ح ، صفر < س ≤ ٤ }





١) سَ =] ٢ ، ٥ [وتمثيلها

٢) سَ = [٣ ، ٧] وتمثيلها

٣) سَ =] − ∞ ، ٥ [وتمثيلها

٤) سَ =] صفر ، ٤] وتمثيلها

تدريب (١):

أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

١) س~ = { س : س ∈ ح ، −٣ ≤ س < ٣ }

٢) س~ = { س : س ∈ ح ، ١ ≤ س ≤ ٨ }

٣) س~ = { س : س ∈ ح ، س < −٤ }

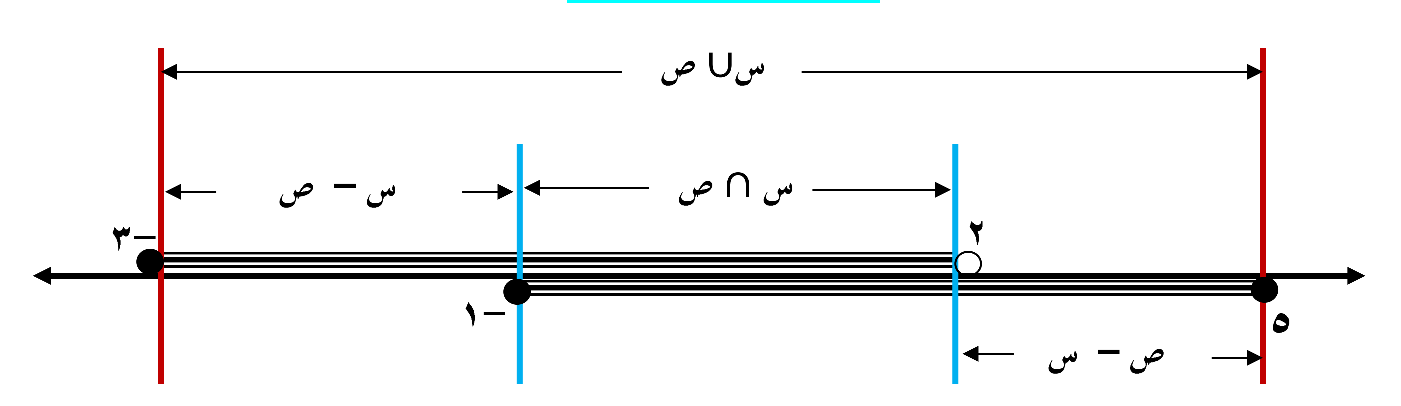
٤) س~ = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٧ }

مثال (٢) : إذا كانت س~ = [−٣ ، ٢ [، ص~ = [−١ ، ٥] فأوجد مستعينا بخط الأعداد

(١) س~ ∪ ص~ (٢) س~ ∩ ص~ (٣) س~ − ص~ (٤) ص~ − س~

(٥) س~/ (٦) ص~/

الحـــــــــــل



(١) س~ ∪ ص~ = [−٣ ، ٥] (٢) س~ ∩ ص~ = [−١ ، ٢ [

(٣) س~ − ص~ = [−٣ ، −١ [(٤) ص~ − س~ = [٢ ، ٥]

(٥) س~/ =] −∞ ، −٣ [∪ [٢ ، ∞ [(٦) ص~/ =] −∞ ، −١ [∪] ٥ ، ∞ [

تدريب (٢): إذا كانت س~ = [−١ ، ٢ [، ص~ = [صفر ، ٦] فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س~ ∪ ص~ (٢) س~ ∩ ص~ (٣) س~ − ص~ (٤) ص~ − س~

(٥) س~/

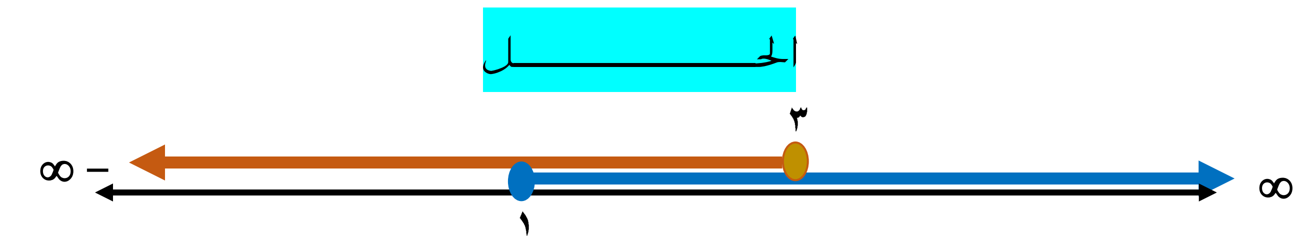


مثال (٣) : إذا كانت : س =]−∞ ، ٣] ، ص = [١ ، ∞[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س − ص (٤) ص − س

(٥) س/

الحــــــــــل



١) س ∪ ص =]−∞ ، ∞[= ح (٢) س ∩ ص = [١ ، ٣]

(٣) س − ص =]−∞ ، ١[(٤) ص − س =]٣ ، ∞[

(٥) س/ =]٣ ، ∞[

تدريب (٣): إذا كانت س =]−∞ ، ٥] ، ص = [١ ، ∞[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س − ص (٤) ص − س

(٥) س/ (٦) ص/

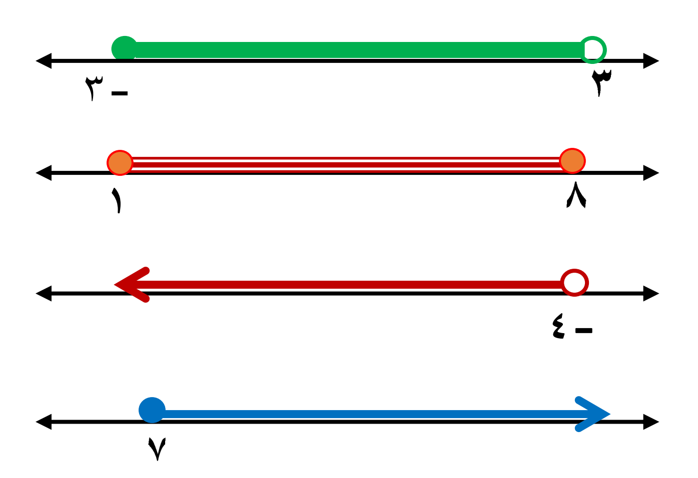
حل تدريب (١):

١) س = [−٣ ، ٣[وتمثيلها

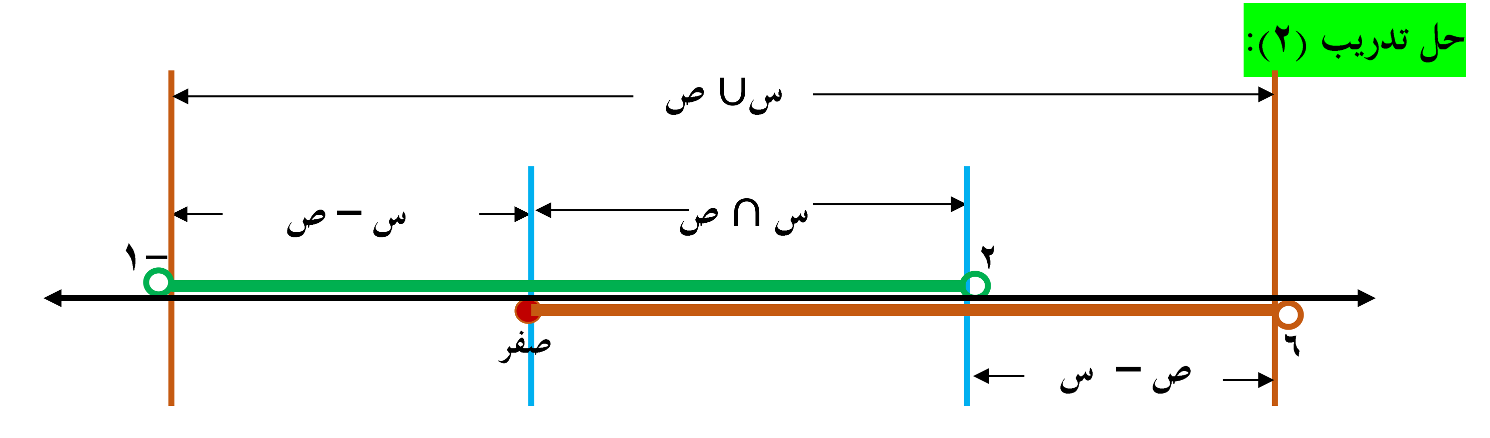
٢) س = [١ ، ٨] وتمثيلها

٣) س =]−∞ ، −٤[وتمثيلها

٤) س = [٧ ، ∞[وتمثيلها



حل تدريب (٢):



(١) س ∪ ص = [−١ ، ٦]

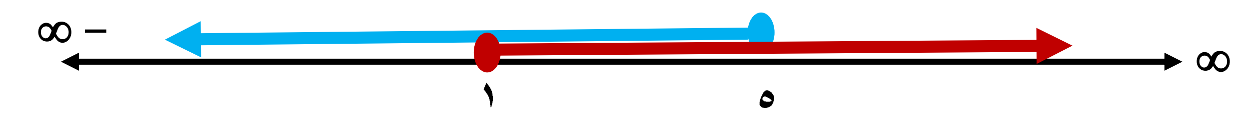
(٢) س ∩ ص =]صفر، ٢]

(٣) س − ص = [−١ ، صفر]

(٤) ص − س =]٢ ، ٦]

(٥) س/ = [−∞ ، −١ [∪] ٢ ، ∞]

حل تدريب (٣):



(١) س ∪ ص = [−∞ ، ∞] = ح

(٢) س ∩ ص =] ١ ، ٥ [

(٣) س − ص = [−∞ ، ١]

(٤) ص − س = [٥ ، ∞]

(٥) س/ = [٥ ، ∞]



تمارين على الدرس السادس

السؤال الأول: أكمل ما يأتي:

١) [٢ ، ٥] − { ٢ ، ٥ } = …………

٢) [٣ ، ٧] ∪ { ٧ } = …………

٣) { ١ ، ٢ ، ٣ } ∩] ١ ، ٣ [= …………

٤) [−٤ ، ٢] ∩] ٣ ، ٧ [= …………

٥) مجموع الأعداد الحقيقية فى الفترة [−٤ ، ٤] يساوى …………

السؤال الثانى : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١)] −١ ،٣ [∩] −٣ ، −١ [= …………

أ) { −٣ } ب) ∅ جـ) { −١ } د) { ٣ }

٢) [٢ ، ٥] −] ٢ ، ٥ [= …………

أ) { ٢ ، ٥ } ب) ∅ جـ) { ٢ } د) [٢ ، ٥]

٣) √٥ …………] ٢ ، ٥ [

أ) ∋ ب) ∌ جـ) ⊅ د) ⊃

٤) [−٤ ، ∞ [∪ ح = …………

أ) ح − [−٤ ، ∞ [ب) ح جـ) [−٤ ، صفر] د) [−٤ ، صفر]

٥)] ١ ، ٣] ∩] −٢ ، ٧] = …………

أ) ∅ ب)] ١ ، ٣] جـ)] −٢ ، ٧] د) ح

السؤال الثالث : أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

١) س = { س : س ∈ ح ، −٥ ≤ س < ٢}

٢) س = { س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س ≤ ٦ }

٣) س = { س : س ∈ ح ، س < ٣ }

٤) س = {س : س ∈ ح ، س ≥٢ }

السؤال الرابع : إذا كانت : س = [−٢ ، ٤[، ص = [−١ ، ∞ [فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص　　(٢) س ∩ ص　　(٣) س − ص　　(٤) ص − س

(٥) س/　　(٦) ص/

حلول تمارين على الدرس السادس

السؤال الأول :

١)] ٢ ، ٥]　　٢)] ٣ ، ٧]　　٣) { ٢ }　　٤) ∅　　٥) صفر

السؤال الثانى :

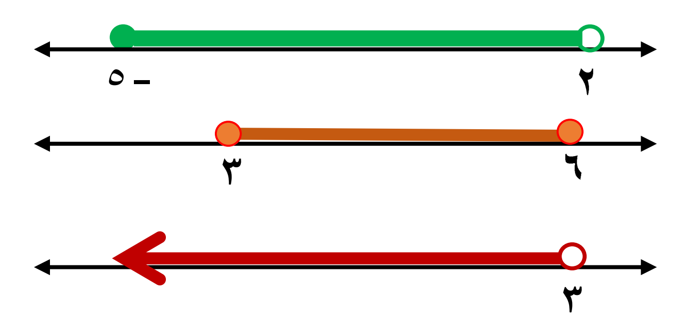
١) ∅　　٢) { ٢ ، ٥ }　　٣) ∋　　٤) ح　　٥)] ١ ، ٣]

السؤال الثالث :

١) س = [−٥ ، ٢[وتمثيلها

٢) س = [٣، ٦] وتمثيلها

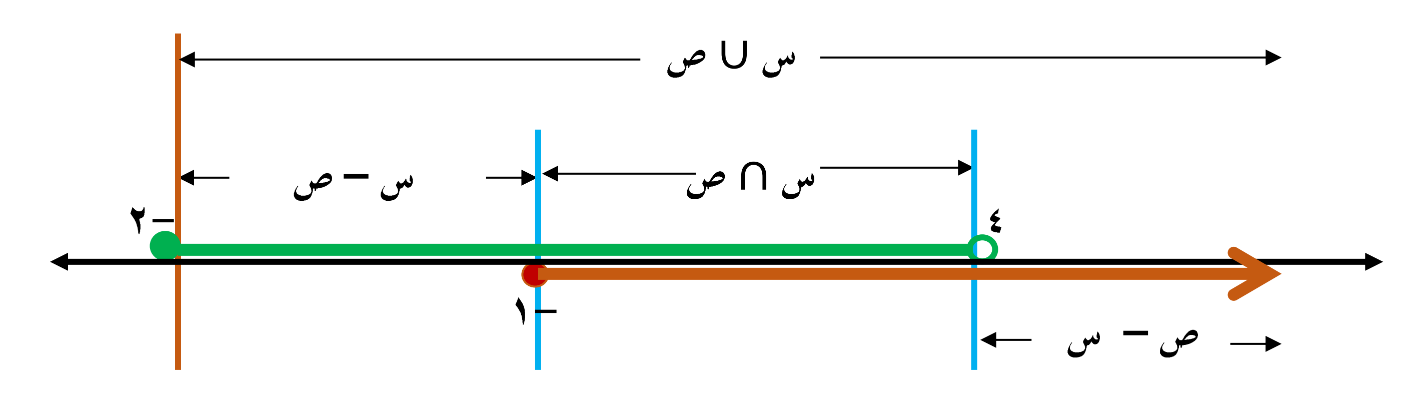
٣) س =] − ∞ ، ٣ [وتمثيلها





٤) س = [٢ ، ∞[وتمثيلها

السؤال الرابع:



(١) س ∪ ص =]−٢ ، ∞[

(٢) س ∩ ص = [−١ ، ٤[

(٣) س − ص = [−٢ ، −١[

(٤) ص − س = [٤ ، ∞[

(٥) س/ =]−∞ ، −٢[∪ [٤ ، ∞[

(٦) ص/ =]−∞ ، −١[



الدرس السابع : العمليات على الاعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

أولا : خواص جمع الأعداد الحقيقية:

(١) **الإنغلاق:** إذا كان : أ ∈ ع ، ب ∈ ع فإن : (أ + ب) ∈ ع

فمثلا : إذا كان : أ = ٣ ، ب = √٢ فإن : أ + ب = ٣ + √٢ ∈ ع

(٢) **الابدال:** إذا كان : أ ∈ ع ، ب ∈ ع فإن : أ + ب = ب + أ

فمثلا : ٣ + √٧ = √٧ + ٣

(٣) **الدمج :** إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية

فإن (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ) = أ + ب + جـ

فمثلا : (٥ + √٣) + ٧ = ٥ + (√٣ + ٧) = ٥ + √٣ + ٧ = ١٢ + √٣

(٤) **العنصر المحايد الجمعي:** الصفر هو العنصر المحايد الجمعي فإذا كان : أ ∈ ع

فإن : أ + ٠ = ٠ + أ = أ

فمثلا : √٥ + ٠ = ٠ + √٥ = √٥

(٥) **وجود معكوس جمعي لكل عدد حقيقي** : لكل أ ∈ ع يوجد (− أ) ∈ ع

حيث أ + (− أ) = (− أ) + أ = صفر (المحايد الجمعي)

فمثلا : √٥ ∈ ع ، معكوسة الجمعي (− √٥) ∈ ع حيث : √٥ + (− √٥) = صفر

ثانيا : خواص ضرب الأعداد الحقيقية:

(١) **الإنغلاق :** إذا كان أ ∈ ع ، ب ∈ ع فإن : أ × ب ∈ ع

فمثلا : إذا كان : أ = ٥ ، ب = √٧ فإن أ × ب = ٧ √٧ ∈ ع

(٢) الابدال: إذا كان : أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب = ب × أ

فمثلا : ٣ × √٥ = √٥ × ٣ = ٣ √٥

(٣) الدمج : إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية.

فإن : (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) = أ × ب × جـ

فمثلا : (٣ × √٢) × √٢ = ٣ × (√٢ × √٢) = ٣ × √٢ × √٢ = ٦

(٤) العنصر المحايد الجمعي : الواحد هو العنصر المحايد الجمعي فإذا كان : أ ∈ ح

فإن : أ × ١ = ١ × أ = أ

فمثلا : √٧ × ١ = ١ × √٧ = √٧

(٥) وجود معكوس ضربي لكل عدد حقيقي : لكل أ ∈ ح ، أ ≠ صفر يوجد (١/أ) ∈ ح

حيث : أ × (١/أ) = (١/أ) × أ = ١ (المحايد الضربي)

فمثلا : √٥ ∈ ح ، معكوسه الضربي (١/√٥) ∈ ح حيث : √٥ × (١/√٥) = ١

(٦) توزيع الضرب على الجمع : لأي ثلاثة أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ يكون :

أ × (ب + جـ) = أب + أجـ

(أ + ب) × جـ = أجـ + ب جـ

مثال (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) ٣ √٢ (٤ + √٢)

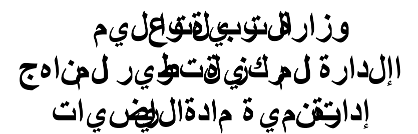
(ب) (√٣ + √٥)(√٣ − ٢ √٥)

(جـ) (٣ − ٢ √٧)^٢

الحـــــــــــــل

(أ) ٣√٢ (٤ + √٢) = ٣√٢ × ٤ + ٣√٢ × √٢

= ١٢√٢ + ٦

(ب) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-2\sqrt{5})$

$= \sqrt{3}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}\times -2\sqrt{5} + \sqrt{5}\times\sqrt{3} + \sqrt{5}\times -2\sqrt{5}$

$= 3 - 2\sqrt{15} + \sqrt{15} - 10$

$= -7 - \sqrt{15}$

(حـ) $(3 - 2\sqrt{7})^2 = (3)^2 + 2\times 3\times -2\sqrt{7} + (-2\sqrt{7})^2$

$= 9 - 12\sqrt{7} + 28$

$= 37 - 12\sqrt{7}$

تدريب (١): اختصر لأبسط صورة:

(أ) $5\sqrt{3}\,(2 - 12\sqrt{7})$

(ب) $(5\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 3)$

(جـ) $(5 - 3\sqrt{2})^2$

مثال (٢): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $5\sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} - 7$

(ب) $2(4\sqrt{3} - 3) - 2\sqrt{3} + 4$

الحـــــــــــــل

(أ) $5\sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} - 7 = 6\sqrt{2} - 10$

(ب) $2(4\sqrt{3} - 3) - 2\sqrt{3} + 4 = 8\sqrt{3} - 6 - 2\sqrt{3} + 4$

$= 6\sqrt{3} - 2$

تدريب (٢): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $7\sqrt{5} + 9 - 2\sqrt{5} + 6$

(ب) $7 + 2\sqrt{6} - 2(\sqrt{6} + 4)$



مثال (٣): إذا كان : $أ = \sqrt{٥} - ٢$ ، $ب = \sqrt{٥} + ٢$ أوجد قيمة :

أولا : $أب$ ثانيا : $أ + ب$

الحـــــــــــل

أولا : $أب = (\sqrt{٥} - ٢)(\sqrt{٥} + ٢) = ٥ - ٤ = ١$

ثانيا : $أ + ب = (\sqrt{٥} - ٢) + (\sqrt{٥} + ٢) = ٢\sqrt{٥}$

تدريب (٣): إذا كان : $أ = \sqrt{٧} + ٥$ ، $ب = \sqrt{٧} - ٥$ أوجد قيمة :

أولا : $أب$ ثانيا : $أ + ب$

مثال (٤): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} =$ ....

أ) $٥\sqrt{٦}$ ب) $٥\sqrt{٣}$ ج) $٦\sqrt{٣}$ د) $٦\sqrt{٥}$

(٢) $\sqrt{٥} + \sqrt{٥} =$ ....

أ) ٥ ب) $\sqrt{١٠}$ ج) $٢\sqrt{٥}$ د) $5\sqrt{٢}$

(٣) $\frac{٤}{\sqrt{٢}} =$ ....

أ) $٤\sqrt{٢}$ ب) $٢\sqrt{٢}$ ج) $٨\sqrt{٢}$ د) ٢

الحـــــــــــل

(١) ب) $٥\sqrt{٣}$ (٢) ج) $٢\sqrt{٥}$ (٣) ب) $٢\sqrt{٢}$



تدريب (٤): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $٤\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٥} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

أ) $٧\sqrt{٥}$ ب) $٧\sqrt{١٠}$ ج) $٥\sqrt{١٠}$ د) $١٢\sqrt{٥}$

(٢) $\sqrt{٣} + \sqrt{٣} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

أ) $٢\sqrt{٦}$ ب) ٣ ج) $٢\sqrt{٣}$ د) $٣\sqrt{٢}$

(٣) $\frac{٦}{\sqrt{٢}} = \ldots\ldots\ldots\ldots$

أ) ٣ ب) ٢ ج) $٦\sqrt{٢}$ د) $٣\sqrt{٢}$

حل تدريب (١): (أ) $١٠\sqrt{٢} - ١٥$ (ب) $١٤\sqrt{٢} + ٧$ (جـ) $٣٠\sqrt{٢} - ٤٣$

حل تدريب (٢): (أ) $٥\sqrt{٥} + ١٥$ (ب) -١

حل تدريب (٣): أولا : -١٨ ثانيا : $٢\sqrt{٧}$

حل تدريب (٤): (١) أ $٧\sqrt{٥}$ (٢) ج $٢\sqrt{٣}$ (٣) د $٣\sqrt{٢}$



تمارين على الدرس السابع

السؤال الأول: اختصر لأبسط صورة

(١) $٣\sqrt{٢} - ٧ + ٤\sqrt{٢} + ٦$

(٢) $(٢\sqrt{٥} - ٣)(٣ + \sqrt{٥})$

(٣) $(٢\sqrt{٣} - ١)^{٢}$

(٤) $٣(٢ - \sqrt{٥}) + ٣(\sqrt{٥} + ٤)$

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $١٠\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣}$ = ...

أ) $٢\sqrt{٣}$ ب) $١٠\sqrt{٦}$ ج) ١٥٠ د) ٦٠

(٢) $\frac{٦}{\sqrt{٦}}$ = ...

أ) $\sqrt{٦}$ ب) ١ ج) $٦\sqrt{٦}$ د) ٦

السؤال الثالث: إذا كان : $س = \sqrt{٣} - ٢$ ، $ص = \sqrt{٣} + ٢$ أوجد قيمة :

(أ) س + ص (ب) س − ص (جـ) س ص

إجابات تمارين على الدرس السابع

إجابة السؤال الأول:

(١) $٧\sqrt{٢} - ١$ (٢) $٣\sqrt{٥} + ١$ (٣) $١٣ - ٤\sqrt{٣}$ (٤) ١٨

إجابة السؤال الثاني:

(١) ج) ١٥٠ (٢) أ) $\sqrt{٦}$

إجابة السؤال الثالث:

(أ) $٢\sqrt{٣}$ (٢) −٤ (٣) −١



الدرس الثامن : العمليات علي الجذور التربيعية

ملخص الدرس :

(١) إذا كان : أ ، ب عددين حقيقين غير سالبين فإن:

$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ\,ب}$ ⟸ $\sqrt{٣} \times \sqrt{٧} = \sqrt{٢١}$

$\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$ ⟸ $\sqrt{٣٢} = \sqrt{١٦} \times \sqrt{٢} = ٤\sqrt{٢}$

(٢) إذا كان : أ ، ب عددين حقيقين غير سالبين فإن:

$\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$ حيث : ب $\neq$ صفر ⟸ $\sqrt{\frac{٣}{٧}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}}$

(٣) $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} \times \frac{\sqrt{ب}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ\,ب}}{ب}$ حيث : ب $\neq$ صفر ⟸ $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}}{3}$

(٤) إذا كان : أ ، ب عددين نسبين موجبين فإن: العدد : $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ له مرافق هو : $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

مجموع العدد ومرافقه = $\sqrt{أ} + \sqrt{ب} + \sqrt{أ} - \sqrt{ب} = ٢\sqrt{أ}$

$(\sqrt{٣} + \sqrt{٥}) + (\sqrt{٣} - \sqrt{٥}) = ٢\sqrt{٣}$

حاصـــــــل ضربهما = $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})(\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = أ - ب$

$(\sqrt{٣} + \sqrt{٥})(\sqrt{٣} - \sqrt{٥}) = ٣ - ٥ = -٢$

مثال (١) : ضع علي صورة : أ$\sqrt{ب}$ حيث : أ ، ب عددين صحيحين ، ب هي أصغر قيمة ممكنة

١) $\sqrt{٧٥}$ ٢) $٣\sqrt{٨}$ ٣) $٥\sqrt{٢٠}$

الحـــــــــــل

١) $\sqrt{٧٥} = \sqrt{٢٥ \times ٣} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}$

٢) $٣\sqrt{٨} = ٣\sqrt{٤ \times ٢} = ٣\sqrt{٤} \times \sqrt{٢} = ٦\sqrt{٢}$

٣) $٥\sqrt{٢٠} = ٥\sqrt{٤ \times ٥} = ٥\sqrt{٤} \times \sqrt{٥} = ١٠\sqrt{٥}$

تدريب (١): ضع علي صورة : $أ\sqrt{ب}$ حيث : أ ، ب عددين صحيحين ، ب هي أصغر قيمة ممكنة

١) $\sqrt{٦٣}$ ٢) $٣\sqrt{٨٠}$ ٣) $٣\sqrt{٥٠}$

مثال (٢): اختصر في أبسط صورة.

١) $\sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨} + ٨\sqrt{٧}$

٢) $\sqrt{٢٧} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣}$

الحـــــــــــل

(١) $\sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨} + ٨\sqrt{٧} = \sqrt{٩ \times ٧} + \sqrt{٤ \times ٧} + ٨\sqrt{٧}$

$= ٣\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٧} + ٨\sqrt{٧} = ١٣\sqrt{٧}$

(٢) $\sqrt{٢٧} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣} = \sqrt{٩ \times ٣} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} - ٩\sqrt{٣} = -٤\sqrt{٣}$

تدريب (٢): اختصر في أبسط صورة.

١) $\sqrt{١٨} - \sqrt{٥٠} + ٢\sqrt{٣٢}$ ٢) $\sqrt{٤٨} - \frac{٩}{\sqrt{٣}} + ٥\sqrt{١٢}$

مثال (٣): اجعل المقام عددا نسبيا لكل مما يأتي : (١) $\frac{4}{\sqrt{٣}-1}$ (٢) $\frac{2\sqrt{٥}+1}{2\sqrt{٥}-1}$

الحـــــــــــل

(١) $\frac{4}{\sqrt{٣}-1} \times \frac{\sqrt{٣}+1}{\sqrt{٣}+1} = \frac{4(\sqrt{٣}+1)}{3-1} = ٢(\sqrt{٣}+١)$

(٢) $\frac{2\sqrt{٥}+1}{2\sqrt{٥}-1} \times \frac{2\sqrt{٥}+1}{2\sqrt{٥}+1} = \frac{(2\sqrt{٥}+1)^2}{20-1} = \frac{(2\sqrt{٥}+1)^2}{19}$

تدريب (٣): اجعل المقام عددا نسبيا لكل مما يأتي :

(١) $\frac{6}{\sqrt{7}+1}$ (٢) $\frac{3\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+1}$

حل تدريب (١):

١) $\sqrt{63} = \sqrt{9\times7} = 3\sqrt{7}$

٢) $\sqrt{80} = \sqrt{16\times5} = 4\sqrt{5}$

٣) $3\sqrt{50} = 3\sqrt{25\times2} = 15\sqrt{2}$

حل تدريب (٢):

١) $\sqrt{18} - \sqrt{50} + 2\sqrt{32} = \sqrt{9\times2} - \sqrt{25\times2} + 2\sqrt{16\times2}$

$= 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

٢) $\sqrt{48} - \frac{9}{\sqrt{3}} + 5\sqrt{12} = \sqrt{16\times3} - \frac{9}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + 5\sqrt{4\times3}$

$= 4\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$

حل تدريب (٢):

١) $\frac{6}{\sqrt{7}+1}\times\frac{\sqrt{7}-1}{\sqrt{7}-1} = \frac{6(\sqrt{7}-1)}{7-1} = \sqrt{7}-1$

٢) $\frac{3\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+1}\times\frac{3\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}-1} = \frac{(3\sqrt{2}-1)^2}{18-1} = \frac{19-6\sqrt{2}}{17}$



تمارين على الدرس الثامن

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) $\sqrt{٣٠} \times \sqrt{٤٠} =$ ....

أ) $\sqrt{١٢٠}$ ب) $١٠\sqrt{٤}$ ج) $١٠\sqrt{٣}$ د) $٢٠\sqrt{٣}$

(٢) $\sqrt{٤٨} + \sqrt{٣} =$ ....

أ) ١٢ ب) $٥\sqrt{٣}$ ج) $٦\sqrt{٣}$ د) $\sqrt{٩٦}$

(٣) $٦\sqrt{٥٠} \div ٣\sqrt{٢} =$ ....

أ) ١٠ ب) ٥ ج) $٥\sqrt{٥}$ د) $٥\sqrt{٢}$

(٤) $(\sqrt{٧} + \sqrt{٥})(\sqrt{٧} - \sqrt{٥}) =$ ....

أ) $٢\sqrt{٧}$ ب) ٢ ج) $٢\sqrt{٥}$ د) -٢

(٢) أكمل ما يأتي بالإجابة بالصحيحة.

(١) المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{١٤}}{\sqrt{٨٤}} =$ ....

(٢) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣\sqrt{٢٤}} =$ ....

(٣) $\sqrt{٨} - \sqrt{٢} =$ ....

(٤) العدد $\frac{1}{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}$ في أبسط صورة هو ....

(٣) اختصر في أبسط صورة:

(١) $٣\sqrt{٥} + ٧\sqrt{٢٠} - ١٠\sqrt{\frac{1}{5}}$

(٢) $\sqrt{٧٢} - \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٦}} + ٣\sqrt{١٨}$

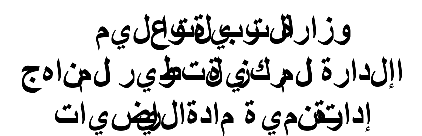


إجابات تمارين على الدرس الثامن

(١) ١) ٢٠$\sqrt{٣}$ ٢) ٥$\sqrt{٣}$ ٣) ١٠ ٤) ٢

(٢) ١) $\sqrt{٦}$ ٢) $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ ٣) $\sqrt{٢}$ ٤) $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$

(٣) ١) ١٥$\sqrt{٥}$ ٢) ١٤$\sqrt{٢}$





الدرس التاسع : العمليات على الجذور التكعيبية

ملخص الدرس: لأي عددين حقيقين أ ، ب يكون :

(١) $\sqrt[3]{\text{أ}} \times \sqrt[3]{\text{ب}} = \sqrt[3]{\text{أ} \times \text{ب}}$ فمثلا : $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٤} = \sqrt[3]{٢ \times ٤} = \sqrt[3]{٨}$

(٢) $\sqrt[3]{\text{أ} \times \text{ب}} = \sqrt[3]{\text{أ}} \times \sqrt[3]{\text{ب}}$ فمثلا : $\sqrt[3]{٥٤} = \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٢} = ٣\sqrt[3]{٢}$

(٣) $\frac{\sqrt[3]{\text{أ}}}{\sqrt[3]{\text{ب}}} = \sqrt[3]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}}$ حيث : ب $\neq$ صفر   فمثلا : $\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \sqrt[3]{\frac{١٦}{٢}} = \sqrt[3]{٨} = ٢$

(٤) $\sqrt[3]{\frac{\text{أ}}{\text{ب}}} = \frac{\sqrt[3]{\text{أ}}}{\sqrt[3]{\text{ب}}}$ حيث : ب $\neq$ صفر   فمثلا : $\sqrt[3]{\frac{٥}{٢}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{٢}}$

مثال (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $\sqrt[3]{٨١} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{١٩٢} + \sqrt[3]{٢٤}$

(ب) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{١٦} - ٨\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

(جـ) $\sqrt[3]{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt[3]{\frac{-٤}{٢٥}}$

الحـــــــــــل

(أ) $٣\sqrt[3]{٣} - \frac{1}{2} \times ٤\sqrt[3]{٣} + ٢\sqrt[3]{٣} = ٣\sqrt[3]{٣}$

(ب) $٣\sqrt[3]{٢} + ٢\sqrt[3]{٢} - ٤\sqrt[3]{٢} = \sqrt[3]{٢}$

(جـ) $\sqrt[3]{\frac{٢}{٥} \times \frac{-٤}{٢٥}} = \sqrt[3]{\frac{-٨}{١٢٥}} = \frac{-٢}{٥}$

تدريب (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $\sqrt[3]{٥٦} - ٤\sqrt[3]{٧} + \sqrt[3]{١٨٩}$

(ب) $\sqrt[3]{١٢} \times \sqrt[3]{\frac{٢}{٣}}$

مثال (٢): إذا كان : $أ = \sqrt[٣]{٢} + ١$ ، $ب = \sqrt[٣]{٢} - ١$ أوجد قيمة :

(١) $(أ + ب)^٣$ (٢) $(أ - ب)^٣$

الحـــــــــــل

(١) $(أ + ب)^٣ = (\sqrt[٣]{٢} + ١ + \sqrt[٣]{٢} - ١)^٣ = (٢\sqrt[٣]{٢})^٣ = ١٦$

(٢) $(أ - ب)^٣ = (\sqrt[٣]{٢} + ١ - \sqrt[٣]{٢} + ١)^٣ = (٢)^٣ = ٨$

تدريب (٢): إذا كان : $أ = \sqrt[٣]{٣} - ٢$ ، $ب = \sqrt[٣]{٣} + ٢$ أوجد قيمة :

(١) $(أ + ب)^٣$ (٢) $(أ - ب)^٣$

مثال (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت $س = \sqrt[٣]{٢}$ ، $ص = \sqrt[٣]{-٤}$ فإن $س ص = ...$

أ) -٨ ب) -٢ ج) ٢ د) ٨

(٢) $\sqrt[٣]{١٦} - \sqrt[٣]{٢} = ...$

أ) $\sqrt[٣]{١٤}$ ب) $\sqrt[٣]{٢}$ ج) 8 د) $٤\sqrt[٣]{٢}$

(٣) $٤\sqrt[٣]{\frac{١}{٢}} + \sqrt[٣]{٤} = ...$

أ) $٣\sqrt[٣]{٤}$ ب) $٥\sqrt[٣]{٢}$ ج) $٢\sqrt[٣]{٢}$ د) $\sqrt[٣]{١٦}$

الحـــــــــــل

(١) ب) -٢ (٢) ب) $\sqrt[٣]{٢}$ (٣) أ) $٣\sqrt[٣]{٤}$

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت : $أ = ٢\sqrt[٣]{٥}$ ، $ب = \sqrt[٣]{٢٥}$ فإن $س ص = ...$

أ) ب) $٣\sqrt[٣]{٥}$ ج) $٣\sqrt[٣]{٢٥}$ د) ٤٠

(٢) $٦\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}} - ٢\sqrt[٣]{٣} = \dots\dots\dots$

أ) $٤\sqrt[٣]{٣}$　　ب) $\sqrt[٣]{٣}$　　ج) صفر　　د) $-\sqrt[٣]{٣}$

حل تدريب (١):　(أ) $\sqrt[٣]{٧}$　　(ب) ٢

حل تدريب (٢):　(أ) ٢٤　　(ب) −٦٤

حل تدريب (٣):　(١) أ ١٠　　(٢) ج صفر

تمارين على الدرس التاسع

السؤال الأول: أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة :

(١) $٢\sqrt[٣]{٦٢٥} - ٣\sqrt[٣]{٥} - \sqrt[٣]{٤٠}$

(٢) $\sqrt[٣]{١٢٨} - \frac{1}{2}\sqrt[٣]{١٦} + \sqrt[٣]{٥٤}$

(٣) $\frac{1}{2}\sqrt[٣]{٥٦} - ٦\sqrt[٣]{\frac{٧}{٢٧}}$

السؤال الثاني: إذا كانت : $س = \sqrt[٣]{٥} - ٣$ ، $ص = \sqrt[٣]{٥} + ٣$ أوجد قيمة $(س + ص)^٣$

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[٣]{٢٤} - ٩\sqrt[٣]{\frac{٨}{٩}} = \dots\dots\dots$

أ) $-٤\sqrt[٣]{٣}$　　ب) $-٣\sqrt[٣]{٩}$　　ج) $١٢\sqrt[٣]{٣}$　　د) $-٨\sqrt[٣]{٣}$

(٢) $٥\sqrt[٣]{١٦} - ٣\sqrt[٣]{٢} =$ ....

أ) $٢\sqrt[٣]{٢}$ ب) $٧\sqrt[٣]{٢}$ ج) $١٣\sqrt[٣]{٢}$ د) ٢

(٣) $\sqrt[٣]{١٥} \times \sqrt[٣]{\frac{٩}{٥}} =$ ....

أ) $\sqrt[٣]{٩}$ ب) $\sqrt[٣]{٣}$ ج) 3 د) $\sqrt[٣]{٥}$

إجابات تمارين على الدرس التاسع

إجابة السؤال الأول : (١) $٥\sqrt[٣]{٥}$ (٢) $٦\sqrt[٣]{٢}$ (٣) $-\sqrt[٣]{٧}$

إجابة السؤال الثاني : ٤٠

إجابة السؤال الثالث : (أ) $-٤\sqrt[٣]{٣}$ (ب) $٧\sqrt[٣]{٢}$ (جـ) ٣

الدرس العاشر: تطبيقات على الأعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

أولًا : سبق أن درسنا محيط ومساحة بعض الأشكال الهندسية ومنها :

الشكل	محيطه	مساحته
الدائرة :	٢ π نق π = ٣,١٤ أو $\frac{٢٢}{٧}$	π نق^{٢}
المستطيل :	(الطول + العرض) × ٢	الطول × العرض
المربع :	طول الضلع × ٤	طول الضلع × نفسه

كما درست المساحة الجانبية ، المساحة الكلية ، الحجم لبعض المجسمات كما بالجدول :

الشكل	المساحة		الحجم
	الجانبية	الكلية	
متوازى المستطيلات : ٦ أوجه كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة	محيط القاعدة × الارتفاع	المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة	مساحة القاعدة × الارتفاع
المكعب : ٦ أوجه كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة	٤ × مساحة الوجه الواحد = ٤ ل^{٢} حيث ل طول حرف المكعب	٦ × مساحة الوجه الواحد = ٦ ل^{٢} حيث ل طول حرف المكعب	طول الضلع × نفسه × نفسه = ل^{٣} حيث ل طول حرف المكعب
الأسطوانة الدائرية القائمة : نق : نصف قطر القاعدة ع : ارتفاع الاسطوانة	محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ π نق × ع	المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة = ٢ π نق × ع + ٢ π نق^{٢}	مساحة القاعدة × الارتفاع π نق^{٢} ع

الشكل	المساحة	الحجم
الكرة :	٤ π نق^{٢} وحدة مربعة	$\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} وحدة مكعبة

مثال (١) : مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} أوجد :

(أ) مساحته الجانبية. (ب) مساحته الكلية.



الحـــــــــــــل

طول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣ سم

المساحة الجانبية = ٤ × مساحة الوجه = ٤ × ٣ × ٣ = ٣٦ سم^{٢}

المساحة الكلية = ٦ × مساحة الوجه = ٦ × ٣ × ٣ = ٥٤ سم^{٢}

تدريب (١) : مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣} أوجد :

(أ) مساحته الجانبية. (ب) مساحته الكلية.

مثال (٢) : متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه ٧٢٠ سم^{٣} ، ارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته الكلية.



الحـــــــــــــل

حجم متوازى المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة القاعدة = الحجم ÷ الارتفاع = ٧٢٠ ÷ ٥ = ١٤٤ سم^{٢}

طول ضلع القاعدة = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢سم

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة = (١٢ × ٤) × ٥ + ٢ × ١٤٤

المساحة الكلية = ٢٤٠ + ٢٨٨ = ٥٢٨ سم^{٢}

تدريب (٢) : متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه ٣٦٠ سم^{٣} ، ارتفاعه ١٠ سم أوجد مساحته الجانبية.

مثال (٣) : كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} أوجد مساحة سطحها بدلالة π.

الحـــــــــــل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

٣٦ π = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

نق^{٣} = ٣٦ × $\frac{٣}{٤}$ = ٢٧ سم^{٣} ⟸ نق = ٣ سم

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} = ٤ π نق^{٢} = ٣٦ π سم^{٢}

تدريب (٣) : كرة حجمها ٢٨٨ π سم^{٣} أوجد مساحة سطحها بدلالة π.

مثال (٤) : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ١٧٥ π سم^{٣} ، ارتفاعها ٧ سم ، اوجد مساحتها الجانبية. π = $\frac{٢٢}{٧}$

الحـــــــــــل

حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

١٧٥ π = π نق^{٢} × ٧ ⟸ نق^{٢} = ٢٥ سم^{٢} ⟸ نق = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

المساحة الجانبية للاسطوانة = ٢ π نق × ع = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٥ × ٧ = ٢٢٠ سم^{٢}

تدريب (٤) : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٣٥٠ π ، ارتفاعها $\frac{٧}{٢}$ سم ، اوجد مساحتها الجانبية. π = $\frac{٢٢}{٧}$



تمارين على الدرس العاشر

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) حجم مكعب طول حرفه ٤ سم = ... سم^{3}

(أ) ٨ (ب) ٦٤ (جـ) ١٦ (د) ٩٦

(٢) حجم متوازى مستطيلات أبعاده : $\sqrt{2}$ سم ، $\sqrt{3}$ سم ، $\sqrt{6}$ سم = ... سم^{3}

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) ٦$\sqrt{6}$ (د) ١٨$\sqrt{2}$

(٣) حجم كرة طول قطرها ٦ سم = ... سم^{3}

(أ) ٢٨٨ (ب) ١٢ π (جـ) ٣٦ π (د) ٢٨٨ π

(٤) المساحة الجانبية لاسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها يساوى ارتفاعها يساوى .... وحدة مربعة

(أ) ٢ π^{2} نق^{3} (ب) ٢ π نق^{2} (جـ) π نق^{2} (د) ٢ π^{2} نق

2. كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم ، صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها ٣ سم ، احسب ارتفاع الأسطوانة.

3. أكمل مايأتى :

(١) المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٤ سم = ... سم^{2}

(٢) المساحة الكلية لمتوازى مستطيلات أبعاده : ل ، ٢ل ، ٣ل من وحدات الطول = ... وحدة مربعة.

(٣) مساحة كرة طول نصف قطرها ٣,٥ سم = ... سم^{2} ، $\pi = \frac{22}{7}$

(٤) حجم أسطوانة طول ارتفاعها يساوى طول نصف قطرها = π × ....

٤ . أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٢ π سم^{2} ، ارتفاعها ٨ سم ، اوجد مساحتها الجانبية بدلالة π

٥. في الشكل المقابل :

م دائرة مرسومة داخل مربع

مساحته ١٠٠ سم^{2} ، اوجد :

(أ) محيط الدائرة (π = ٣,١٤)

(ب) مساحة المنطقة المظللة

إجابة تدريب (١) : (أ) ١٠٠ سم^{2} (ب) ١٥٠ سم^{2}

إجابة تدريب (٢) : ٢٤٠ سم

إجابة تدريب (٣) : ١٤٤ π

إجابة تدريب (٤) : ٢٢٠ سم^{2}

إجابة تمارين على الدرس العاشر

1. (١) (ب) ٦٤ (٢) (أ) ٦ (٣) (د) ٣٦ π (٤) (د) ٢ π نق^{2}

2. ٤ سم

3. (١) ٩٦ (٢) ٢٢ ل^{2} (٣) ١٥٤ (٤) نق^{3} أو ع^{3}

4. ٤٨ π

5. (أ) ٣١,٤ سم (ب) ٢١,٥ سم^{2}

الدرس الحادى عشر: حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

ملخص الدرس:

تذكر أن :
درجة المعادلة
عدد المتغيرات
مجموعة الحل

أولًا : حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح :

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الأولى في متغير واحد

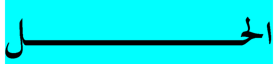
هي : أ س + ب = جـــ ، أ ≠ صفر

مثال (١) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : ٢س + ١ = ٧

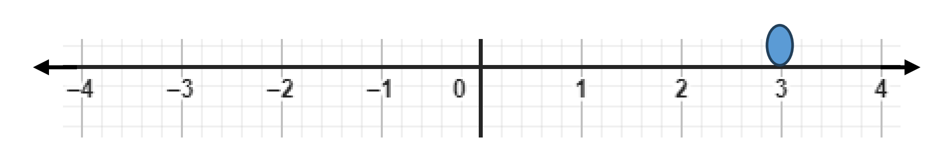
ومثل الحل على خط الأعداد





٢س + ١ = ٧ ← ٢س = ٧ −١ ← ٢س = ٦

س = ٣ مجموعة الحل = { ٣ }



تدريب (١) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : ٣س + ١ = −٥ ومثل الحل على خط الأعداد

مثال (٢) :

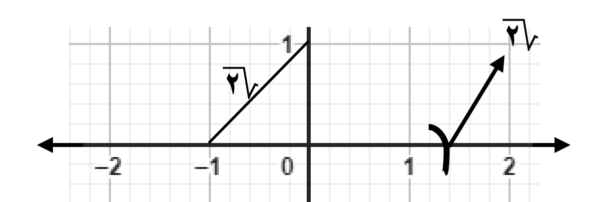
أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : √٢ س − ١ = ١ ومثل الحل على خط الأعداد



√٢ س − ١ = ١ ← √٢ س = ١+١ ← √٢ س = ٢

س = $\frac{2}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ = √٢ مجموعة الحل = { √٢ }





تدريب (٢) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : √٣ س + ١ = ٤ ومثل الحل على خط الأعداد

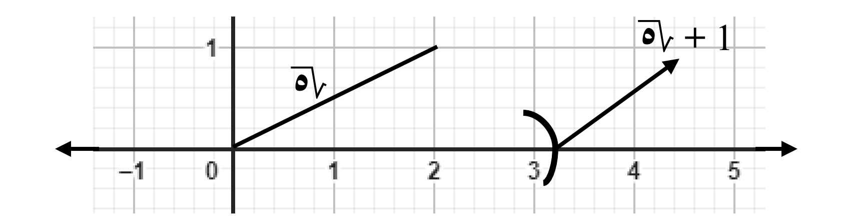
مثال (٣) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : س − √٥ = ١ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــــــل

س − √٥ = ١ ⟸ س = ١+ √٥

مجموعة الحل = { ١ + √٥ }



تدريب (٣) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : س − √٣ = ٢ ومثل الحل على خط الأعداد

ثانياً : حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح :

- أمثلة لمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد
  - ❖ ٢س −١ < ٣
  - ❖ ٣س + ٢ > ٥
  - ❖ ٧س − ١ ≥ ٥
  - ❖ ٣س + ١ ≤ ٢
  - ، ....

تذكر أن :

إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية فإن :

(١) أ > ب ⟸ أ + جـ > ب + جـ

(٢) أ > ب ⟸ أ − جـ > ب − جـ

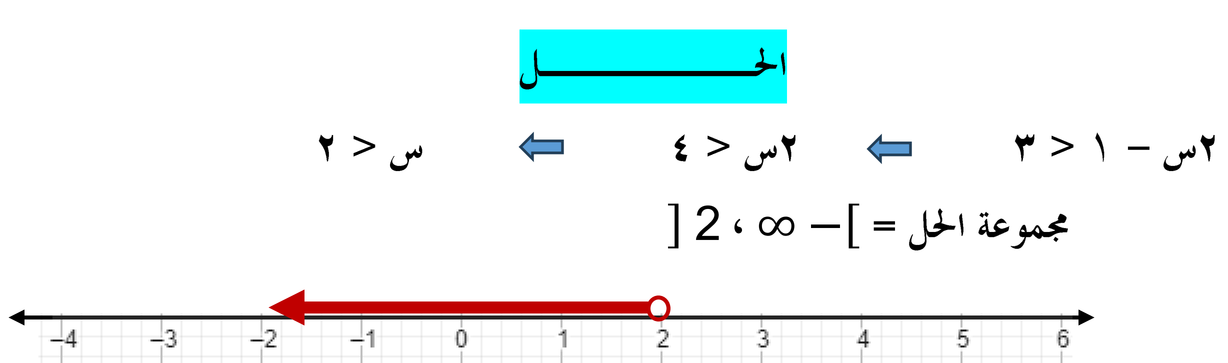
(٣) أ > ب ، جـ > ٠ ⟸ أ جـ > ب جـ

(٤) أ > ب ، جـ < ٠ ⟸ أ جـ < ب جـ



مثال (٤) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٢س − ١ > ٣ ومثل الحل على خط الأعداد



تدريب (٤) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٢س + ٣ ≥ ١ ومثل الحل على خط الأعداد

مثال (٥) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : −١ ≥ ٢س +١ > ٥ ومثل الحل على خط الأعداد

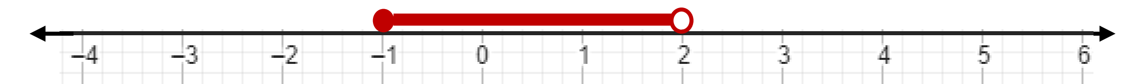
الحـــــــــل

−١ ≥ ٢س +١ > ٥ بطرح ١

⇐ −٢ ≥ ٢س > ٤ بالقسمة على ٢

⇐ −١ ≥ س > ٢

مجموعة الحل = [−1 ، 2 [



تدريب (٥) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٤ > ٣س +٤ > ٧ ومثل الحل على خط الأعداد

مثال (٦) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٥س −٣ > ٢س + ٩ ومثل الحل على خط الأعداد



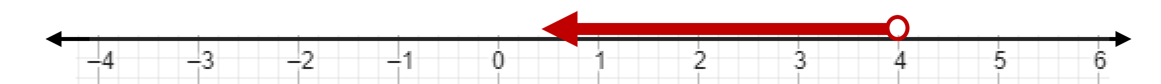
٥س −٣ > ٢س + ٩ بطرح ٢س

⟸ ٣س −٣ > ٩ إضافة ٣

⟸ ٣س > ١٢ بالقسمة على ٣

⟸ س > ٤

مجموعة الحل =]− ∞ ، 4 [



تدريب (٦) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٣ − ٤س ≥ س − ٢ ومثل الحل على خط الأعداد



تمارين على الدرس الحادى عشر

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : √٢ س = ٤ في ح هي ....

(أ) { ٢√٢ } (ب) { ٤√٢ } (جـ) { √٢ } (د) ∅

(٢) إذا كانت س ∈ ح ، س ∈ $[2 ، \infty[$ فإن ....

(أ) س < ٢ (ب) س > ٢ (جـ) س ≤ ٢ (د) س ≥ ٢

(٣) مجموعة حل المتباينة : −٢س ≥ −٨ هى ....

(أ) $[-8 ، -2]$ (ب) $]4 ، \infty[$ (جـ) $]-\infty ، 4]$ (د) $[4 ، \infty[$

2. أكمل مايأتى :

(١) مجموعة حل المتباينة : س ≥ ٢ في ح هي الفترة ....

(٢) إذا كان : ٢ < س < ٥ فإن : .... < ٢س − ٣ < ....

(٣) مجموعة حل المعادلة : س − ٢ = |−√٢| في ح هي ....

(٤) مجموعة حل المتباينة : ١ − س > ١ في ح هي الفترة ....

3. أوجد في ح مجموعة حل المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

(أ) ٢√٢ س − ١ = ٣ (ب) س − ١ = ٢√٥

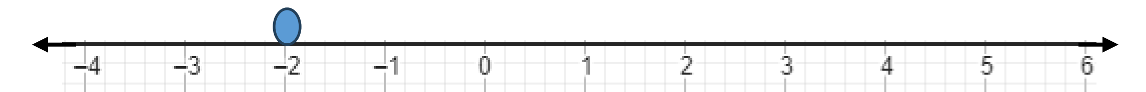
4. أوجد في ح مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

(أ) ١ − ٥س < ٦ (ب) ١ ≤ ٣ − ٢س < ٥

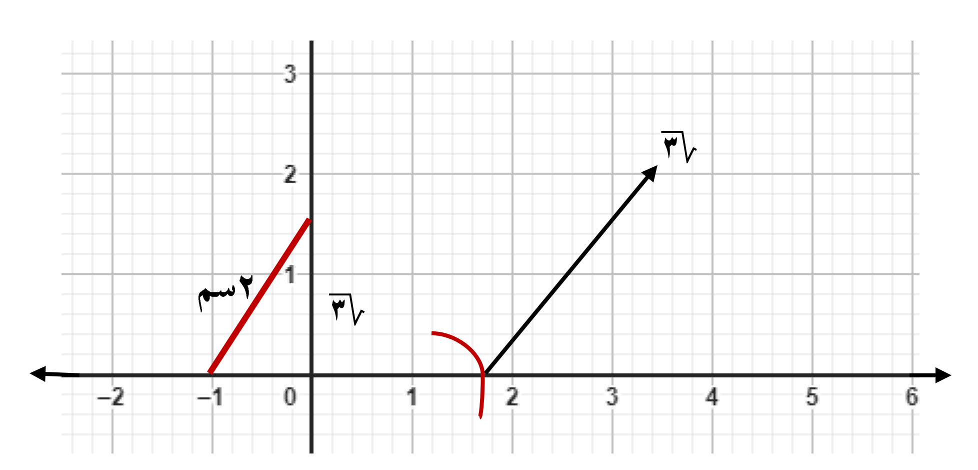
(جـ) ∛−١ ≤ س + ١ ≤ √٩



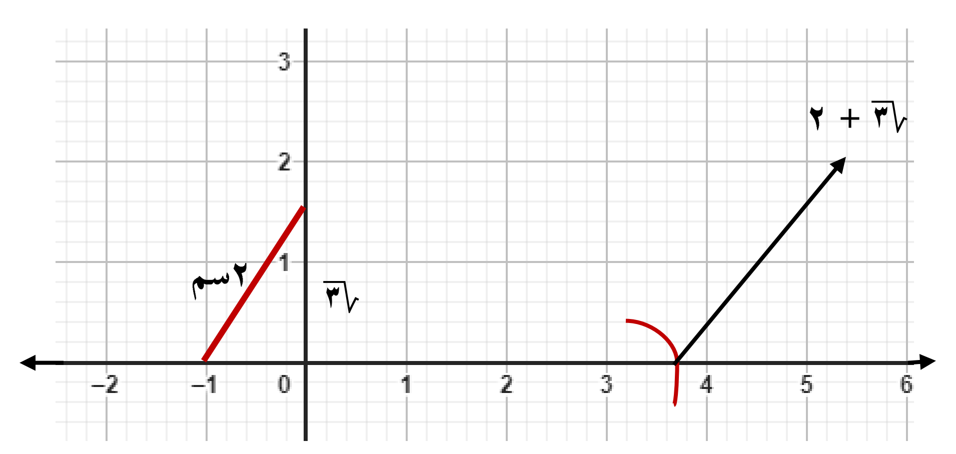
إجابة تدريب (١) : مجموعة الحل = { −٢ }



إجابة تدريب (٢) : مجموعة الحل = { $\sqrt{٣}$ }

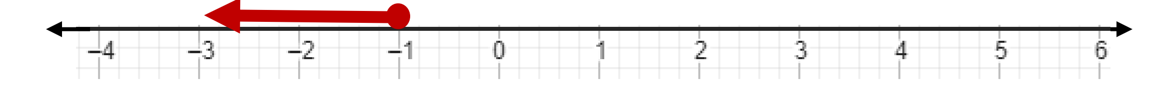


إجابة تدريب (٣) : مجموعة الحل = { $\sqrt{٣}$ + ٢ }

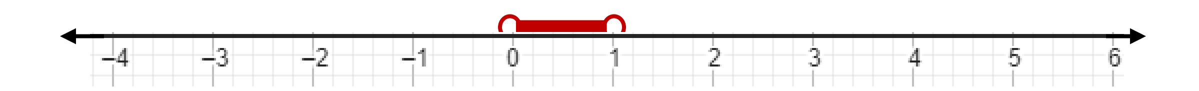




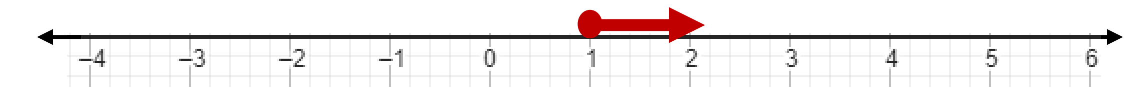
إجابة تدريب (٤) : مجموعة الحل =]$-\infty$ ، -1]



إجابة تدريب (٥) : مجموعة الحل = [0 ، 1 [



إجابة تدريب (٦) : مجموعة الحل = [1 ، ∞ [

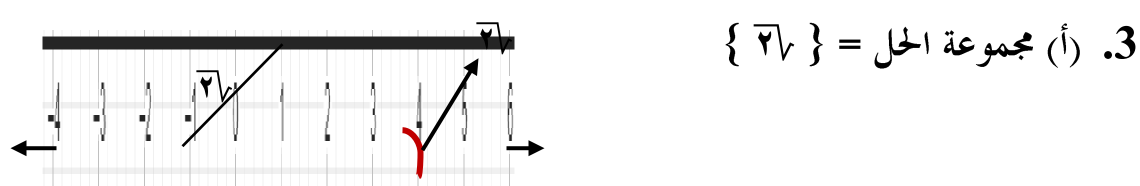


إجابة تمارين على الدرس الحادى عشر

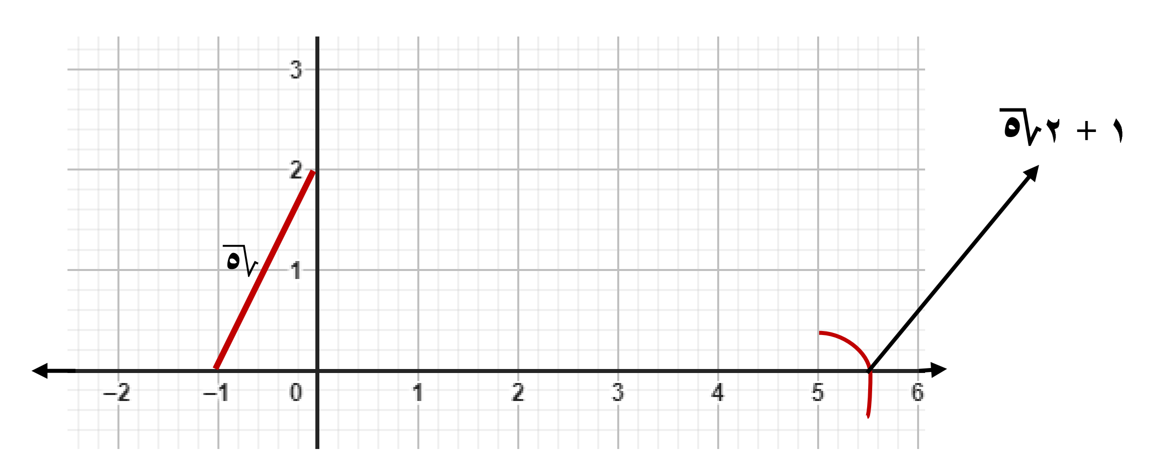
.1 (١) (أ) { ٢√٢ }   (٢) (د) س ≥ ٢   (٣) (د) [4 ، ∞ [

.2 (١) [2 ، ∞ [(٢) ١ < ٢س – ٣ < ٧   (٣) { ٢ + √٢ }   (٤)] – ∞ ، 0 [

.3 (أ) مجموعة الحل = { √٢ }

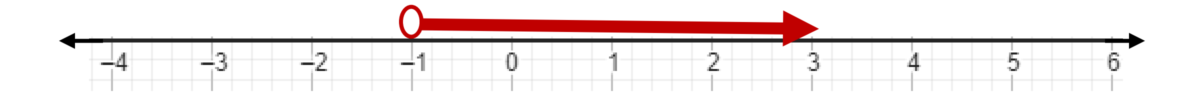


(ب) مجموعة الحل = { ١ + ٢√٥ }

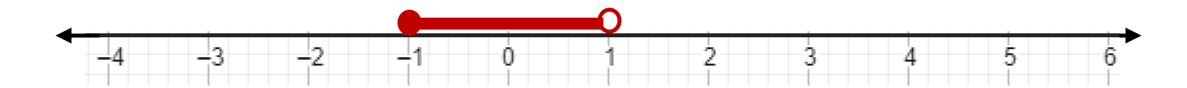




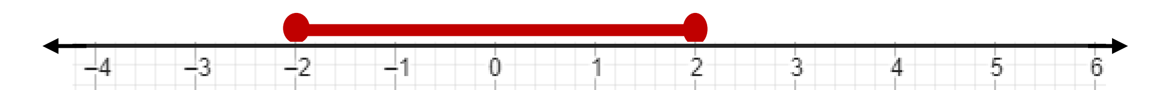
4. (أ) مجموعة الحل = $]-1 ، \infty[$



(ب) مجموعة الحل = $[-1 ، 1[$



(جـ) مجموعة الحل = $[-2 ، 2]$





تمارين على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{-8} = -\sqrt{\ldots}$

(أ) ‎−٢‎ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ‎−٤‎

(٢) العدد غير النسبى الذى يقع بين العددين ٣ ، ٤ هو العدد ....

(أ) $\sqrt{8}$ (ب) ٣,٥ (جـ) $\sqrt{13}$ (د) $\sqrt{17}$

(٣) المربع الذى مساحته ٤٩ سم^2 يكون طول ضلعه = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

(٤) النقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{27}$ على خط الأعداد هي نفس النقطة التي تمثل العدد ....

(أ) $\sqrt{3}$ (ب) $\sqrt[3]{3}$ (جـ) $\sqrt{9}$ (د) $-\sqrt{9}$

(٥) $[3 ، 5] - \{٣ ، ٥\} = ...$

(أ) $[3 ، 5[$ (ب) $]3 ، 5[$ (جـ) $]3 ، 5]$ (د) $\emptyset$

(٦) $[1 ، 4] \cap \{٤ ، ٥\} = ...$

(أ) $\{٤\}$ (ب) $\{٥\}$ (جـ) $\{٤ ، ٥\}$ (د) $]1 ، 4[$

2. أكمل مايأتى :

(١) $\sqrt{7} + (-\sqrt{7}) = ...$

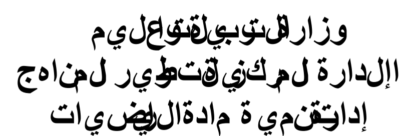
(٢) كرة حجمها $\frac{9}{2}\pi$ سم^3 يكون طول نصف قطرها يساوى .... سم

(٣) مجموعة حل المعادلة : س − $\sqrt{2}$ = ١ في ح هي ....

(٤) مجموعة حل المتباينة : ١ − س < ٤ في ح هي الفترة ....

(٥) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 = ٨ + ...$

(٦) $(٢\sqrt{3} - ١)^2 = ١٣ - ....$

3. أوجد في أبسط صورة : $\sqrt[3]{54} + 4\sqrt[3]{\frac{1}{4}} - \sqrt[3]{-2}$

4. إذا كان : أ = $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ، ب = $\sqrt{3} - \sqrt{2}$ أوجد قيمة المقدار : $أ^2 - أب + ب^2$

5. إذا كانت : س = [−1 ، 4] ، ص = [3 ، ∞ [استخدم خط الأعداد لايجاد :

(أ) س ∩ ص (ب) س ∪ ص

6. أوجد مجموعة الحل في ح لكل مما يأتي مع تمثيل الحل على خط الأعداد :

(أ) $\sqrt{3}$ س − ١ = ٥ (ب) ١ > ٥ − س ≥ ٣

7. إسطوانة دائرية قائمة ، طول قطر قاعدتها ١٤سم ، ارتفاعها ١٠سم احسب حجمها ($\pi = \frac{22}{7}$)



اختبار (١) على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ح − ح$^+$ = ...

(أ) ح$^-$ (ب) ح (جـ) ∅ (د) ح$^-$ ∪ { ٠ }

(٢) المعكوس الجمعي للعدد (١ − $\sqrt{٣}$) هو العدد ....

(أ) ١ + $\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$ − ١ (جـ) −١ − $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{1}{1-\sqrt{٣}}$

(٣) [2 ، 5] −]2 ، 5[= .... سم

(أ) [2 ، 5[(ب)]2 ، 5] (جـ) ∅ (د) { ٢ ، ٥ }

(٤) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ س = ٢ في ح هى ....

(أ) { ٢ } (ب) { −٢ } (جـ) { $\sqrt{٢}$ } (د) { − $\sqrt{٢}$ }

(٥) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها يساوى ارتفاعها فإن حجمها = ... وحدة مكعبة

(أ) π نق^٣ (ب) ٢ π نق^٢ (جـ) ٢ π نق^٣ (د) $\frac{1}{2}$ π نق^٣

2. أكمل مايأتي :

(١) مرافق العدد : $\sqrt{٣}$ − ١ هو العدد ....

(٢) (١ − $\sqrt{٢}$)^٢ = ٣ − ....

(٣) مجموعة حل المتباينة : س + ١ > − ١ في ح هي الفترة ....

(٤) مكعب حجمه ٦٤ سم^٣ تكون مساحته الجانبية = ... سم^٢

(٥) $\sqrt{١١}$ ينحصر بين العددين النسبيين المتتاليين .... ، ....

3. مستخدمًا خط الأعداد أوجد :]−1 ، 3] ∪ [0 ، 5] على صورة فترة ....

4. إذا كانت : $س = \frac{٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}$ ، $ص = \frac{٢\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ أثبت أن : $\frac{س^{٢} + ص^{٢}}{س\, ص} = ٣٨$

5. أوجد في ح مجموعة حل كلًا مما يأتي :

(١) $٢ - \sqrt{٣}\, س = ٥$

(٢) $٣ < ٢س + ١ \leq ٩$



اختبار (٢) على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) [4 ، 3] − [4 ، 5] = ...

(أ)] 4 ، 3] (ب) { ٤ } (جـ) { ٣ ، ٤ } (د) { ٣ ، ٥ }

(٢) الصفر ....] 1 ، 1 − [

(أ) $\ni$ (ب) $\not\ni$ (جـ) $\supset$ (د) $\not\supset$

(٣) المعكوس الضربي للعدد $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ هو العدد ....

(أ) $-\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{1}{3}$

(٤) مجموعة حل المتباينة : س > صفر في ح هي ....

(أ) $\emptyset$ (ب) ح (جـ) $ح^{+}$ (د) $ح^{-}$

(٥) مساحة سطح كرة طول نصف قطرها ١٠ سم = ... سم^{٢}

(أ) ٤٠ π (ب) ٤٠٠ π (جـ) ٤ π (د) ١٠٠ π

2. أكمل مايأتي :

(١) $(\sqrt{٣} + ١)(\sqrt{٣} - ١) =$ ....

(٢) [− ∞ ، − 3] ∩ [3 ، ∞] = ...

(٣) $\sqrt[3]{-٦٤} = -\sqrt{......}$

(٤) حجم متوازى المستطيلات والذى أبعاده $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٥}$ سم ، $\sqrt{١٠}$ سم = ... سم^{٣}

(٥) إذا كانت : س = $\sqrt[3]{٢} + ١$ ، ص = $\sqrt[3]{٢} - ١$ فإن : $(س + ص)^{٣} =$ ....

3. مستعيناً بخط الأعداد أوجد : [− 1 ، 3] ∪ [0 ، 5] على صورة فترة ....

4. إذا كانت : س = $\frac{٤}{٣ + \sqrt{٥}}$ ، ص = ٣ + $\sqrt{٥}$ أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان.

5. أوجد في ح مجموعة حل كلًا مما يأتي :

(١) ٢ + $\sqrt{٣}$ س = ٨

(٢) ٧ < ٣س + ١ ≤ ١٣



إجابات تمارين على الوحدة الأولى

1. (١) ٤ (٢) $\sqrt{١٣}$ (٣) ٧ (٤) $\sqrt{٩}$ (٥) $]3 ، 5[$ (٦) $\{٤\}$

2. (١) صفر (٢) $\frac{3}{2}$ (٣) $\{١ + \sqrt{٢}\}$ (٤) $]-\infty ، -3]$ (٥) ٢ $\sqrt{١٥}$
   (٦) ٤ $\sqrt{٣}$

3. ٦ $\sqrt[٣]{٢}$

4. ٩

5. (أ) $[3 ، 4]$ (ب) $]-1 ، \infty[$

6. (أ) $\{٢\sqrt{٣}\}$ (ب) $[2 ، 4]$

7. ١٥٤٠ $سم^{٣}$

إجابات اختبار (١) على الوحدة الأولى

1. (١) $ح^{-} \cup \{٠\}$ (٢) $\sqrt{٣} - ١$ (٣) $\{٢ ، ٥\}$ (٤) $\{\sqrt{٢}\}$ (٥) π $نق^{٣}$

2. (١) $-\sqrt{٣} - ١$ (٢) ٢ $\sqrt{٢}$ (٣) $]-2 ، \infty[$ (٤) ٦٤ (٥) ٣ ، ٤

3. $]-1 ، 5]$

4. $س^{٢} = ١٩ + ٦\sqrt{١٠}$ ، $ص^{٢} = ١٩ - ٦\sqrt{١٠}$ ، س ص = ١

   $\therefore \frac{س^{٢} + ص^{٢}}{س ص} = ٣٨$

5. (١) $\{-\sqrt{٣}\}$ (٢) $]1 ، 4]$



إجابات اختبار (٢) على الوحدة الأولى

1. (١) [3 ، 4]   (٢) ∋   (٣) $-\sqrt{٣}$ (٤) ع⁻   (٥) ٤٠٠ π

2. (١) ٢   (٢) Ø   (٣) ١٦   (٤) ١٠   (٥) ١٦

3. [–1 ، 5]

4. س = $\frac{٤}{٣ + \sqrt{٥}} \times \frac{٣ - \sqrt{٥}}{٣ - \sqrt{٥}} = ٣ - \sqrt{٥}$ ∴ س ، ص مترافقان

5. (١) { ٢ $\sqrt{٣}$ }   (٢) [2 ، 4[



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

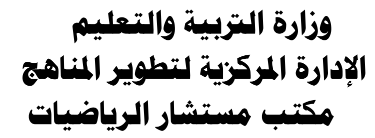
رياضيات

الصف الثاني الإعدادي

الوحدة الثانية

الجبر





الوحدة الثانية (العلاقة بين متغيرين)

الدرس الأول: العلاقة بين متغيرين

ملخص الدرس:

العلاقة الخطية بين متغيرين س ، ص تكون على الصورة أ س + ب ص = جـ ، أ ≠ صفر ، ب ≠ صفر

ويمكن إيجاد مجموعة غير منتهية من الأزواج المرتبة :

فمثلاً العلاقة الخطية : س + ص = ٧

بعض الأزواج المرتبة التي تحققها : (٢ ، ٥) ، (−٣ ، ١٠) ، (٧ ، ٠) ،...........

مثال محلول (١): أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية :

(١) ٣س + ص = ٢ (٢) س − ٢ص = ٥

الحـــــــــــــل

(١) ٣س + ص = ٢

بوضع : س = ٠ ∴ ٣×٠ + ص = ٢ ∴ ٠ + ص = ٢

∴ ص = ٢ ∴ الزوج المرتب (٠ ، ٢) يحقق العلاقة

بوضع : س = −١ ∴ ٣×−١ + ص = ٢ ∴ −٣ + ص = ٢

∴ ص = ٢ + ٣ ∴ ص = ٥ ∴ الزوج المرتب (−١ ، ٥) يحقق العلاقة

بوضع : س = ٢ ∴ ٣×٢ + ص = ٢ ∴ ٦ + ص = ٢

∴ ص = ٢ − ٦ ∴ ص = −٤ ∴ الزوج المرتب (٢ ، −٤) يحقق العلاقة

---

(٢) س − ٢ص = ٥

بوضع : ص = ٠ ∴ س − ٢×٠ = ٥ ∴ س − ٠ = ٥

∴ س = ٥ ∴ الزوج المرتب (٥ ، ٠) يحقق العلاقة



بوضع : ص = ٢ ∴ س − ٢×٢ = ٥ ∴ س − ٤ = ٥
∴ س = ٥ + ٤ ∴ س = ٩ ∴ الزوج المرتب (٩ ، ٢) يحقق العلاقة

بوضع : ص = −٣ ∴ س − ٢×(−٣) = ٥ ∴ س + ٦ = ٥
∴ س = ٥ − ٦ ∴ س = −١ ∴ الزوج المرتب (−١ ، −٣) يحقق العلاقة

تدريب (١): أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية :

(١) ٢س + ص = ٧ (٢) ٣س + ٢ص = ١٢

مثال محلول (٢): أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) إذا كان : (١ ، ٢) يحقق العلاقة : ٥س + ك ص = ١١ ، فإن : ك = ...

ⓐ ٢ ⓑ ٣ ⓒ −٢ ⓓ −٣

(٢) إذا كان : (ك ، ٣ك) يحقق العلاقة : ٥س − ص = ١٠ ، فإن : ك = ...

ⓐ ٥ ⓑ −٥ ⓒ ٧ ⓓ ٠

(٣) الزوج المرتب الذي يحقق العلاقة: س + ٤ص = ١٣ ، هو ....

ⓐ (٣ ، ٢) ⓑ (−٣ ، ٢) ⓒ (−٧ ، ٥) ⓓ (٥ ، −٢)

الحـــــــــل

(١) بالتعويض عن : س = ١ ، ص = ٢ ∴ ٥×١ + ك×٢ = ١١
∴ ٥ + ٢ك = ١١ ∴ ٢ك = ١١ − ٥ ∴ ٢ك = ٦
∴ ك = ٦ ÷ ٢ ∴ ك = ٣

---

(٢) بالتعويض عن : س = ك ، ص = ٣ك ∴ ٥×ك − ٣ك = ١٠
∴ ٥ك − ٣ك = ١٠ ∴ ٢ك = ١٠ ∴ ك = ١٠ ÷ ٢
∴ ك = ٥

---

(٣) بالتعويض عن : س = ٣ ، ص = ٢ ∴ ٣ + ٤×٢ = ١١ لا يحقق العلاقة
بالتعويض عن : س = −٣ ، ص = ٢ ∴ −٣ + ٤×٢ = ٥ لا يحقق العلاقة
بالتعويض عن : س = −٧ ، ص = ٥ ∴ −٧ + ٤×٥ = ١٣ يحقق العلاقة

∴ الزوج المرتب (−٧ ، ٥) يحقق العلاقة



تدريب (٢): أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) الزوج المرتب الذي يحقق العلاقة: ٢س − ص = ١ ، هو ....

ⓐ (٠ ، ١)   ⓑ (−٣ ، ٠)   ⓒ (٥ ، ٣)   ⓓ (−٢ ، −٥)

(٢) إذا كان : (−٢ ، ١) يحقق العلاقة : ٣س + ب ص = ١ ، فإن : ب = ...

ⓐ ٩   ⓑ ٨   ⓒ ٧   ⓓ ٦

(٢) إذا كان : (ك ، ٢ك) يحقق العلاقة : س + ص = ٣٠ ، فإن : ك = ...

ⓐ ١٠   ⓑ ٢٠   ⓒ ٣٠   ⓓ ٤٠

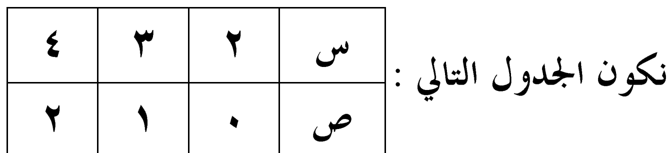
مثال محلول (٣): أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية ومثلها بيانياً:

(١) س − ص = ٢   (٢) ٢س + ص = ٥

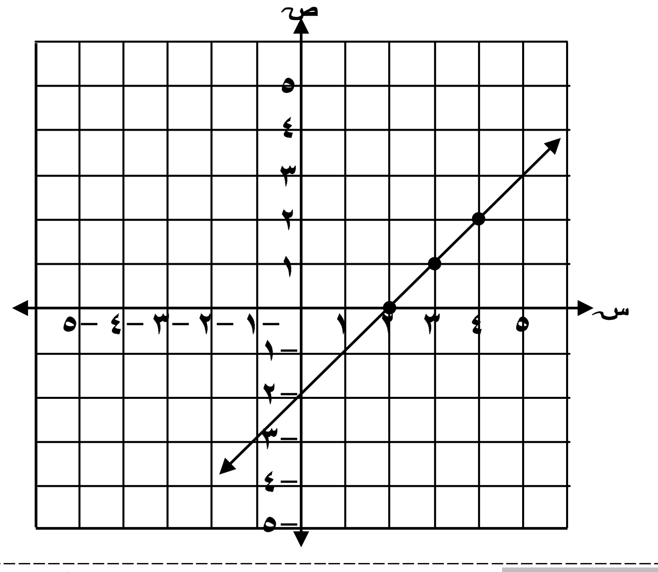
الحـــــــل

(١) س − ص = ٢ ∴ س = ٢ + ص

نكون الجدول التالي :



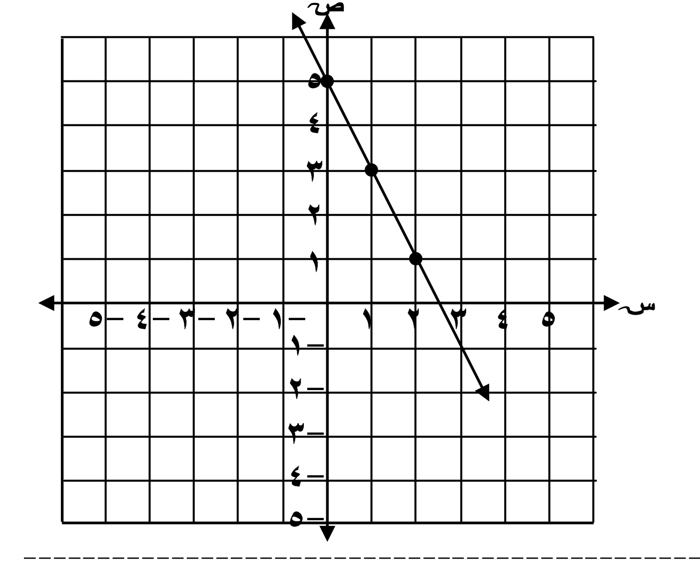
س	٢	٣	٤
ص	٠	١	٢



(٢) ٢س + ص = ٥ ∴ ص = ٥ − ٢س

نكون الجدول التالي :

س	٠	١	٢
ص	٥	٣	١



تدريب (٣): أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية ومثلها بيانياً:

(١) ٢س + ص = ٧   (٢) ٣س + ٢ص = ١٢



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

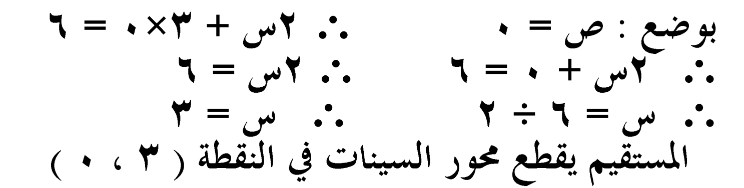
مثال محلول (٤): أوجد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للمعادلات التالية مع محوري الإحداثيات ومثلها بيانياً

(١) ٢س + ٣ص = ٦ (٢) ٣س – ٥ص = ١٥

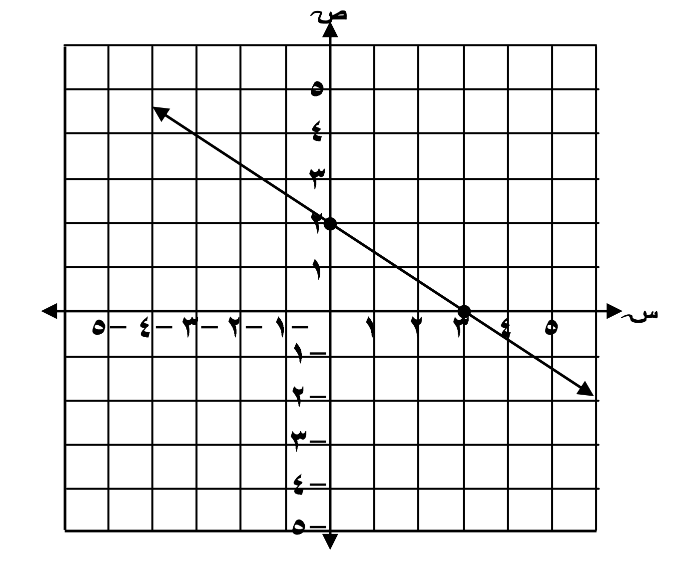
الحـــــــــــــــــل

(١) ٢س + ٣ص = ٦

بوضع : س = ٠ ∴ ٢×٠ + ٣ص = ٦
∴ ٠ + ٣ص = ٦ ∴ ٣ص = ٦
∴ ص = ٦ ÷ ٣ ∴ ص = ٢
المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ٢)



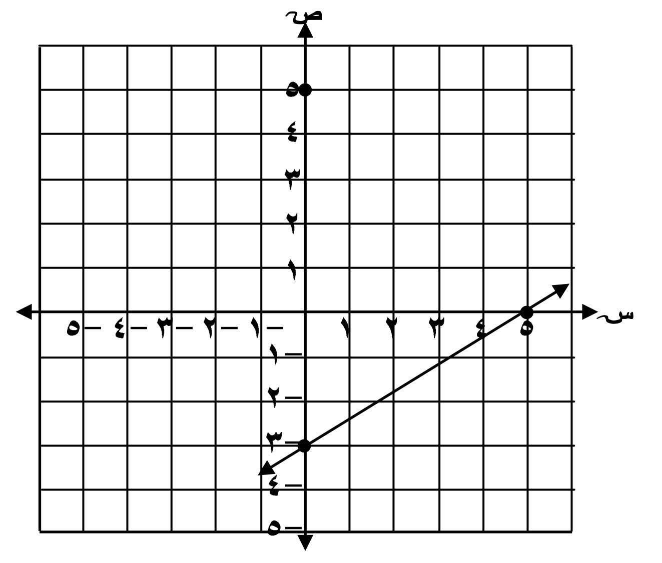
بوضع : ص = ٠ ∴ ٢س + ٣×٠ = ٦
∴ ٢س + ٠ = ٦ ∴ ٢س = ٦
∴ س = ٦ ÷ ٢ ∴ س = ٣
المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٣ ، ٠)



(٢) ٣س – ٥ص = ١٥

بوضع : س = ٠ ∴ ٣×٠ – ٥ص = ١٥
∴ ٠ – ٥ص = ١٥ ∴ –٥ص = ١٥
∴ ص = ١٥ ÷ –٥ ∴ ص = –٣
المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، –٣)

بوضع : ص = ٠ ∴ ٣س – ٥×٠ = ١٥
∴ ٣س – ٠ = ١٥ ∴ ٣س = ١٥
∴ س = ١٥ ÷ ٣ ∴ س = ٥
المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٥ ، ٠)



تدريب (٤): أوجد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للمعادلات التالية مع محوري الإحداثيات ومثلها بيانياً :

(١) س + ٤ص = ٤ (٢) ٥س – ٤ص = ٢٠



حل تدريب (١): (١) الأزواج هي : (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ١)

(٢) الأزواج هي : (٠ ، ٦) ، (٤ ، ٠) ، (٦ ، −٣)

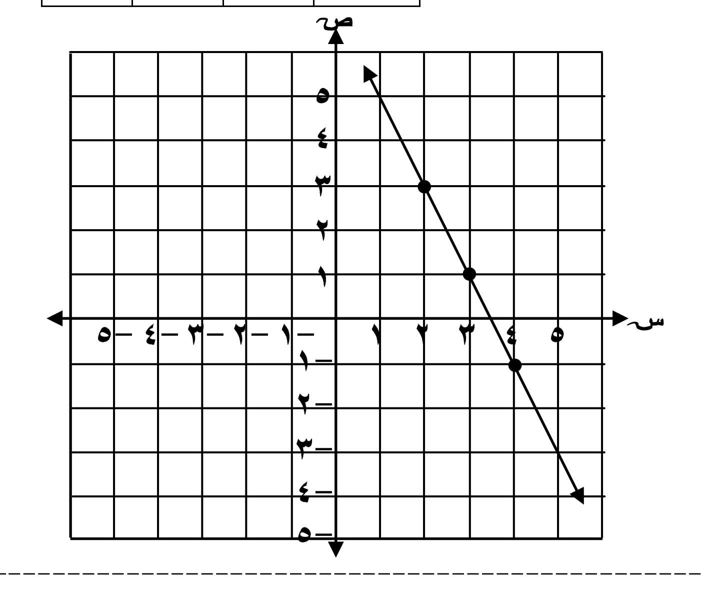
حل تدريب (٢): (١) (د) (−٢ ، −٥) (٢) (ج) ٧ (أ) ١٠

حل تدريب (٣):

(١) ٢س + ص = ٧ ∴ ص = ٧ − ٢س

نكون الجدول التالي :

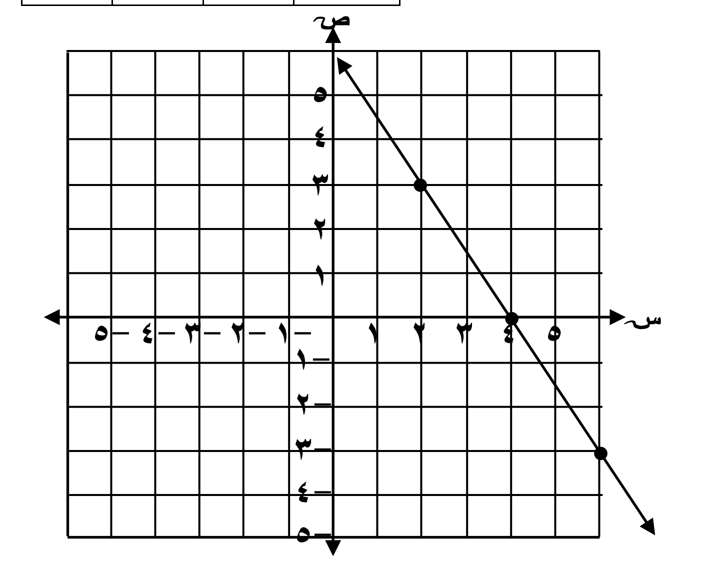
س	٢	٣	٤
ص	٣	١	−١



(٢) ٣س + ٢ص = ١٢ ∴ ص = $\frac{١٢ - ٣س}{٢}$

نكون الجدول التالي :

س	٠	٢	٤
ص	٦	٣	٠



حل تدريب (٤):

(١) س + ٤ص = ٤

بوضع : س = ٠ ∴ ٠ + ٤ص = ٤

∴ ٤ص = ٤

∴ ص = ٤ ÷ ٤ ∴ ص = ١

المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، ١)

بوضع : ص = ٠ ∴ س + ٤×٠ = ٤

∴ س + ٠ = ٤ ∴ س = ٤

∴ س = ٢٠ ÷ ٥ ∴ س = ٤

(٢) ٥س − ٤ص = ٢٠

بوضع : س = ٠ ∴ ٥×٠ − ٤ص = ٢٠

∴ ٠ − ٤ص = ٢٠ ∴ −٤ص = ٢٠

∴ ص = ٢٠ ÷ −٤ ∴ ص = −٥

المستقيم يقطع محور الصادات في النقطة (٠ ، −٥)

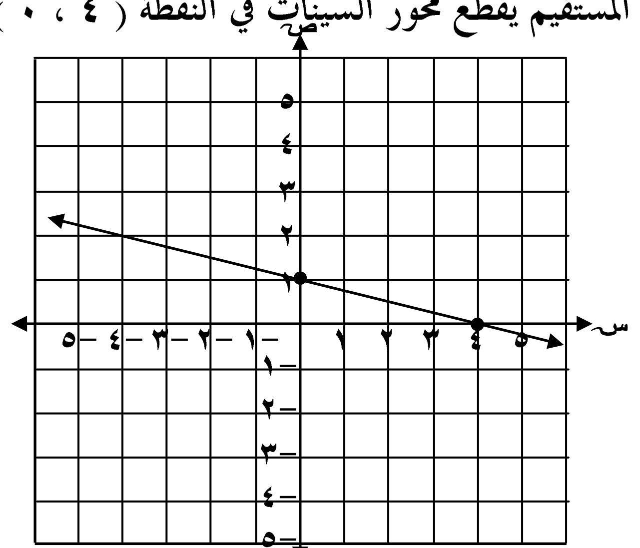
بوضع : ص = ٠ ∴ ٥س − ٤×٠ = ٢٠

∴ ٥س − ٠ = ٢٠ ∴ ٥س = ٢٠

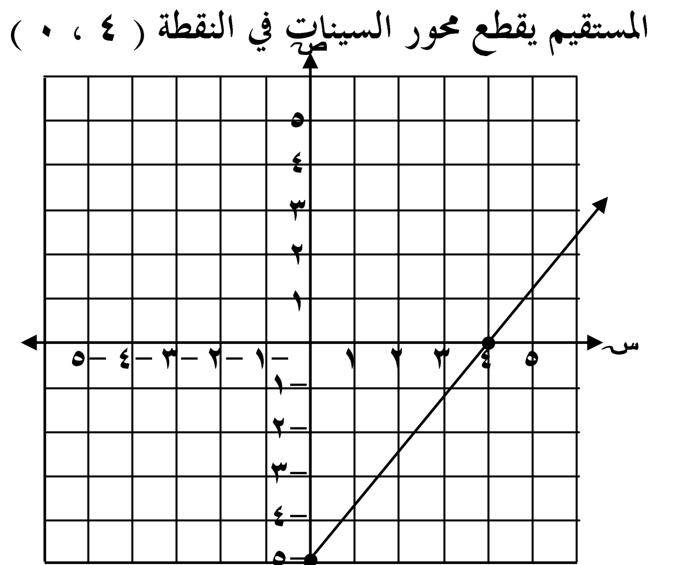


وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات


المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٤ ، ٠)



المستقيم يقطع محور السينات في النقطة (٤ ، ٠)



تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : أكمل كل من العبارات التالية :

(١) إذا كان : (-١ ، ٢) يحقق العلاقة: ٢ص + ٥س = ب ، فإن : ب = ...

(٢) إذا كان : (٠ ، ρ) يحقق العلاقة: ١١س + ص = ١٩ ، فإن : ρ = ...

(٣) إذا كان :المستقيم الممثل للعلاقة ٦س - ص = ρ ، يقطع محور السينات في النقطة (٣ ، ب)

فإن : ρ ، ب = ...

السؤال الثاني : أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) إذا كان : (-١ ، ٣) يحقق العلاقة: ٢س + ك ص = ١٣ ، فإن : ك = ...

ⓐ ٢ ⓑ ٣ ⓒ ٤ ⓓ ٥

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

(٢) إذا كان : س = ٣ص + ٥ فإن : قيمة الــ س = ... ، عندما ص = ٥

(أ) ٢٠ (ب) ١٥ (ج) ١٠ (د) ٥

(٣) المستقيم الممثل للعلاقة ٥س + ٧ص = ٧٠ ، يقطع محور السينات في النقطة (١٤ ، ٠) ، يقطع محور الصادات في النقطة ....

(أ) (٠ ، ١٠) (ب) (١٠ ، ٠) (ج) (١٠ ، ١٤) (د) (١٤ ، ١٠)



السؤال الثالث : أجب عما يلي:

(١) إذا كان : ص = ٣ − ٢س فأوجد قيمة الـــ ص ، عندما س = ٠

(٢) إذا كان : (أ ، أ) يحقق العلاقة: ٥س + ٣ص = ١٦ ، فأوجد قيمة الـــ أ

(٣) إذا كان :المستقيم الممثل للعلاقة ٣س + ٢ص = ك ، يقطع محور الصادات في النقطة (ب ، ٥)
فأوجد قيمة : ك ، ب

حلول تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول : (١) **ب = −١** (٢) **أ = ١٩** (٣) **أ = ١٨ ، ب =٠**

السؤال الثاني : (١) **ك = ٥** (٢) **س = ٢٠** (٣) **(٠ ، ١٠)**

السؤال الثالث : (١) **ص = ٣** (٢) **أ = ٢** (٣) **ك = ١٠ ، ب = صفر**



الوحدة الثانية

الدرس الثاني: ميل الخط المستقيم وتطبيقات حياتية

ملخص الدرس: ميل المستقيم = $\frac{\text{التغير في الأحداثي الصادي}}{\text{التغير في الأحداثي السيني}}$ = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$ = $\frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$.

الميل

عدد موجب	عدد سالب	صفر	غير معرف
الزاوية حادة	الزاوية منفرجة	الزاوية صفرية	الزاوية قائمة

الخط المستقيم يصنع زاوية هـ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

مثال محلول (١):أوجد ميل كلاً من المستقيمات التالية :

١) المستقيم ل : المار بالنقطتين (−٤ ، −١) ، (٣ ، ٥)

٢) المستقيم ك : المار بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٣ ، ٤)

الحـــل

١) ميل المستقيم ل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - (-١)}{٣ - (-٤)} = \frac{٦}{٧}$

٢) ميل المستقيم ك = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٤ - ٠}{٣ - ٢} = \frac{٤}{١} = ٤$



تدريب (١): أوجد ميل كلاً من المستقيمات التالية :

١) المستقيم ل : المار بالنقطتين (٧ ، −١) ، (−٣ ، ٥)

٢) المستقيم ك : المار بالنقطتين (٢ ، ٠) ، (٠ ، ١)

مثال محلول (٢): أثبت أن النقاط : أ(٣ ، ٤) ، ب(−٣ ، ١٠) ، جـ (١٢ ، −٥) تقع على استقامة واحدة.

الحـــــــــــــل

١) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$ = $\frac{١٠ - ٤}{-٣ - ٣}$ = $\frac{٦}{-٦}$ = −١

٢) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ = $\frac{\text{ص}_٢ - \text{ص}_١}{\text{س}_٢ - \text{س}_١}$ = $\frac{-٥ - ٤}{١٢ - ٣}$ = $\frac{-٩}{٩}$ = −١

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

تدريب (٢): أثبت أن النقاط : أ(−٢ ، ٩) ، ب(٠ ، ٥) ، جـ (٤ ، −١) لا تقع على استقامة واحدة.

مثال محلول (٣): إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين : أ(ك ، ٥) ، ب(٢ ، ٣) يساوى $\frac{٢}{٧}$ فأوجد قيمة ك

الحـــــــــــــل

١) ∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٢}{٧}$

∴ $\frac{-٢}{٢ - \text{ك}}$ = $\frac{٢}{٧}$

∴ − ٢ك = −١٤ −٤

∴ − ٢ك = −١٨   (÷ −٢)

وبطريقة أخرى:

∴ $\frac{٣ - ٥}{٢ - \text{ك}}$ = $\frac{٢}{٧}$

∴ ٤ − ٢ك = −١٤

∴ − ٢ك = −١٨

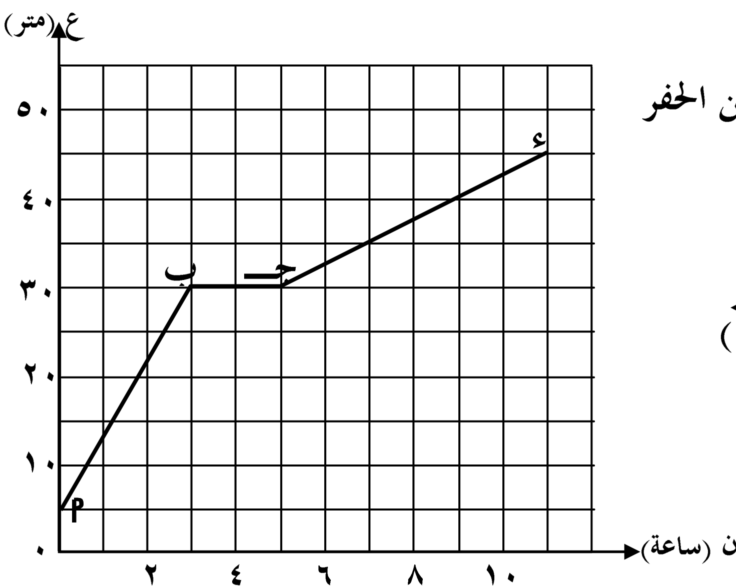
∴ ك = ٩

تدريب (٣): إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٧) ، (٥ ، ك) يوازي محور السينات فأوجد قيم ك



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

مثال محلول (٤): الشكل المقابل : يوضح العلاقة بين عمق بئر بالأمتار(ع) ، الزمن ن بالساعة لحفر بئر بحفار ، أوجد :



١) عمق البئر قبل الحفر ، عمق البئر بعد ٣ ساعات من الحفر
٢) عمق البئر بعد ١١ ساعة من الحفر ،
٣) إحداثيات النقاط : P ، ب ، جـ ، ء
٤) معدل الحفر بالـ ٣ ساعات الأولى (ميل $\overleftrightarrow{\text{P ب}}$)
٥) معدل الحفر بالـ ٦ ساعات الأخيرة (ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$)
٦) ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ (فسر أجابتك)

الحــــــــــــــل

١) عمق البئر قبل الحفر = ٥ متر ، عمق البئر بعد ٣ ساعات من الحفر = ٣٠ متر
٢) عمق البئر بعد ١١ ساعة من الحفر = ٤٠ متر
٣) إحداثيات النقاط : P(٠ ، ٥) ، ب(٣ ، ٣٠) ، جـ(٥ ، ٣٠) ، ء(١١ ، ٤٠)
٤) معدل الحفر بالـ ٣ ساعات الأولى (ميل $\overleftrightarrow{\text{P ب}}$) = $\frac{٣٠ - ٥}{٣ - ٠}$ = $\frac{٢٥}{٣}$ = ٨,٣ متر / ساعة
٥) معدل الحفر بالـ ٦ ساعات الأخيرة (ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$) = $\frac{٤٠ - ٣٠}{١١ - ٥}$ = $\frac{١٠}{٦}$ = ١,٦ متر / ساعة
٦) ميل $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ = $\frac{٣٠ - ٣٠}{٥ - ٣}$ = $\frac{٠}{٢}$ = ٠ كم / ساعة
(الحفار أخذ راحة من العمل ساعين)



حل تدريب (١):

١) ميل المستقيم ل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - (-١)}{-٣ - ٧} = \frac{٦}{-١٠} = \frac{-٣}{٥}$

٢) ميل المستقيم ك = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{١ - ٠}{٠ - ٢} = \frac{١}{-٢} = \frac{-١}{٢}$

حل تدريب (٢):

١) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٩}{٠ - (-٢)} = \frac{-٤}{٢} = -٢$

٢) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-١ - ٩}{٤ - (-٢)} = \frac{-١٠}{٦} = \frac{-٥}{٣}$

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ≠ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

حل تدريب (٣):

∵ المستقيم // محور السينات ∴ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = صفر

∴ $\frac{ك - ٧}{٥ - ٣} = \frac{٠}{١}$ ∴ ك − ٧ = ٠

∴ ك = ٠ + ٧ ∴ ك = ٧

∴ − ٢ك = −١٨ ÷ −٢ ∴ ك = ٩

∴ − ٢ك = −١٤ −٤ ∴ − ٢ك = −١٨

∴ − ٢ك = −١٨ ÷ −٢ ∴ ك = ٩



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

تمارين على الدرس الثاني :

السؤال الأول : أكمل كل من العبارات التالية :

(١) ميل المستقيم الموازي لمحور السينات = ... (٢) ميل المستقيم الموازي لمحور الصادات = ...

(٣) ميل المستقيم العمودي على محور السينات = ...

(٤) ميل المستقيم العمودي على محور الصادات = ...

(٥) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين : (١ ، ٣) ، (٣ ، ك) يساوي ٣ ، فإن : ك =............

(٦) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين : (١ ، ب) ، (−٣ ، ٤) يساوي ٢ ، فإن : ب =..........

السؤال الثاني : أوجد ميل كلاً من المستقيمات التالية :

١) المستقيم ل : المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (٣ ، ٤)
٢) المستقيم ك : المار بالنقطتين (٥ ، ٦) ، (٣ ، ٨)

السؤال الثالث : في كل مما يلي أثبت أن النقاط أ ، ب ، حـ لا تقع على استقامة واحدة .

(١) أ(٢ ، ١) ، ب(٣ ، ٠) ، جـ (٥ ، −١)
(٢) أ(٠ ، −٣) ، ب(٢ ، ٢) ، جـ (−٣ ، −٣)

السؤال الرابع : الشكل المقابل : يوضح تغير رأس مال شركة خلال ١٠ سنوات

رأس المال بالمليون جنيه
١٠٠
٨٠
٦٠
٤٠
٢٠
٠
أ
ب
جـ
ء
٢ ٤ ٦ ٨ ١٠
السنوات

أكمل ما يلي :−

١) رأس مال الشركة بالبداية ، رأس مال الشركة بالسنة ٤
٢) رأس مال الشركة بالسنة ٨ ، رأس مال الشركة بالسنة ١٠
٣) إحداثيات النقاط : أ ، ب ، جـ ، ء
٤) معدل ربح الشركة بالـ ٤ سنوات الأولى
٥) معدل خسارة الشركة بالـ السنتين الأخيرتين



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

حلول تمارين على الدرس الثاني :

إجابة السؤال الأول

(١) صفر (٢) غير معرف (٣) غير معرف (٤) صفر (٥) ٩ (٦) ١٢

إجابة السؤال الثاني :

١) ميل المستقيم ل = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٤ - ٣}{٣ - ١} = \frac{١}{٢}$

٢) ميل المستقيم ك = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٨ - ٦}{٣ - ٥} = \frac{٢}{-٢} = -١$

إجابة السؤال الثالث :

١) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٠ - ١}{٣ - ٢} = \frac{-١}{١} = -١$

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-١ - ١}{٥ - ٢} = \frac{-٢}{٣}$

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ≠ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

٢) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - (-٣)}{٢ - ٠} = \frac{٥}{٢}$

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{-٣ - (-٣)}{-٣ - ٠}$ = صفر

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ≠ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

إجابة السؤال الرابع :

١) رأس مال الشركة بالبداية = ٢٠ مليون جنيه ، رأس مال الشركة بالسنة ٤ = ٨٠ مليون جنيه
٢) رأس مال الشركة بالسنة ٨ = ٨٠ مليون جنيه ، رأس مال الشركة بالسنة ١٠ = ٦٠ مليون جنيه
٣) إحداثيات النقاط : أ(٠ ، ٢٠) ، ب(٤ ، ٨٠) ، جـ(٨ ، ٨٠) ، ء(١٠ ، ٦٠)

٤) معدل ربح الشركة بالـ ٤ سنوات الأولى = ١٥ مليون / السنة

٥) معدل خسارة الشركة بالـ السنتين الأخيرتين = ١٠ مليون / السنة



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

تمارين الوحدة الثانية

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) الزوج المرتب الذي يحقق العلاقة : ٢س − ص = ١ ، هو ....

Ⓐ (٠ ، ١)   Ⓑ (٥ ، ٣)   Ⓒ (−٢ ، ٥)   Ⓓ (−٢ ، −٥)

(٢) المستقيم المار بالنقطتين (−١ ، ١) ، (٢ ، ٧) ميله = ...

Ⓐ ٢   Ⓑ −٢   Ⓒ ٣   Ⓓ −٣

(٣) ميل أي مستقيم يوازي محور السينات = ...

Ⓐ ١   Ⓑ −١   Ⓒ صفر   Ⓓ غير معرف

(٤) ميل أي مستقيم يوازي محور الصادات = ...

Ⓐ ١   Ⓑ −١   Ⓒ صفر   Ⓓ غير معرف

(٥) إذا كان : (ك ، ك) يحقق العلاقة : ٣س + ص = ٢٠ ، فإن : ك = ...

Ⓐ ٥   Ⓑ ٤   Ⓒ ٣   Ⓓ ٢

(٦) إذا كان : (٢ ، ٣) يحقق العلاقة : ٥س − ك ص = ٢٥ ، فإن : ك = ...

Ⓐ ٣   Ⓑ −٣   Ⓒ ٥   Ⓓ −٥

(٧) الخط المستقيم الممثل بالعلاقة : ٧س + ٥ص = ٧٠ ، يقطع محور السينات في النقطة = ...

Ⓐ (١٠ ، ٠)   Ⓑ (٠ ، ١٠)   Ⓒ (٠ ، ١٤)   Ⓓ (١٤ ، ٠)

(٨) الخط المستقيم الممثل بالعلاقة : س = ١٠ − ٢ص ، يقطع محور الصادات في النقطة = ...

Ⓐ (١٠ ، ٠)   Ⓑ (٠ ، ١٠)   Ⓒ (٠ ، ٥)   Ⓓ (٥ ، ٠)

(٩) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (ك ، ٧) ، (٢ ، −١) يساوي −١ ، فإن : قيمة ك = ...

Ⓐ ٦   Ⓑ −٦   Ⓒ ٢   Ⓓ −٢

(١٠) العلاقة : س = ٧ يمثلها مستقيم ميله = ...

Ⓐ ١   Ⓑ −١   Ⓒ صفر   Ⓓ غير معرف



السؤال الثاني: أكمل كل من العبارات التالية :

(١) ميل المستقيم الممثل بالعلاقة : ص = ٤س + ١ ، هو ....

(٢) المستقيم الممثل بالعلاقة : ص = س − ٩ ، يقطع محور الصادات في النقطة ....

(٣) المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية حادة ميله ....

(٤) المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية منفرجة ميله ....

(٥) المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قائمة ميله ....

(٦) المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية صفرية ميله ....

(٧) إذا كان : ص = ٢س − ١ ، فإن : ص = ... عندما : س = ٣

(٨) إذا كان : س + ص = ٣ ، فإن : س = ... عندما : ص = ٠

(٩) إذا كان : (١ ، ٥) يحقق العلاقة: ٧ص + س = ك ، فإن : ك = ...

(١٠) إذا كان : (٩ ، ٠) يحقق العلاقة: ٢س + ص = ٢٠ ، فإن : ٩ = ...

السؤال الثالث: أجب عما يلي :

(١) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية ومثلها بيانياً:

(٩) ٢س + ص = ٤ (ب) ٥س − ص = ١٠

(٢) أوجد نقطة تقاطع المستقيم الممثل للمعادلات التالية مع محوري الإحداثيات لأعداد :

(٩) ٣س + ٢ص = −٦ (ب) ٢س − ٤ص = ٨

(٣) أوجد ميل كلاً من المستقيمات التالية :

٩) المستقيم ل : المار بالنقطتين (٥ ، ٥) ، (٢ ، ٢)

ب) المستقيم ك : المار بالنقطتين (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٤)

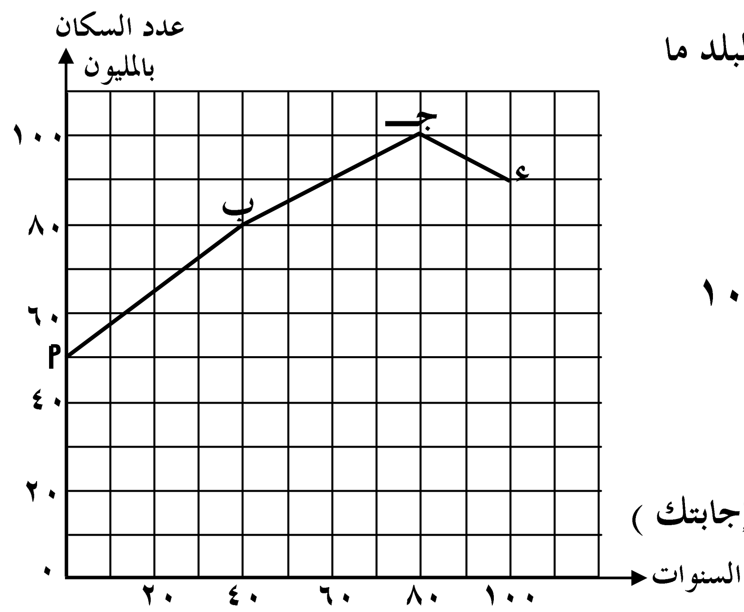
(٤) أثبت أن النقاط : ٩(−١، ٨) ، ب(١ ، ٤) ، جـ (٢ ، −٢) لا تقع على استقامة واحدة.



(٥) أثبت أن النقاط :م(–١، –٤) ، ب(٠ ، ١) ، جـ (٢ ، ١١) تقع على استقامة واحدة.

(٦) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين : م(ك ، ٢) ، ب(١ ، ٨) ، ميله = ٦ ، فأوجد قيمة ك

(٧) الشكل المقابل : يوضح العلاقة بين عدد السكان لبلد ما خلال مائة سنة .



أكمل ما يلي :–

١) عدد السكان بالبداية ، عدد السكان بالسنة ٤٠

٢) عدد السكان بالسنة ٨٠ ، عدد السكان بالسنة ١٠٠

٣) إحداثيات النقاط : م ، ب ، جـ ، ء

٤) معدل نمو السكان بالـــ ٤٠ سنه الأولى

٥) معدل نمو السكان بالـــ ٢٠ سنة الأخيرة (وضح إجابتك)



حلول تمارين الوحدة الثانية

إجابة السؤال الأول :

(١) (د) (−٢ ، −٥) (٢) ٢ (٣) صفر (٤) غير معرف (٥) ٥

(٦) −٥ (٧) (١٠ ، ٠) (٨) (٠ ، ٥) (٩) −٦ (١٠) غير معرف

إجابة السؤال الثاني :

(١) ٤ (٢) (٠ ، −٩) (٣) موجب (٤) سالب (٥) غير معرف

(٦) صفر (٧) ٥ (٨) ٣ (٩) ٣٦ (١٠) ١٠

إجابة السؤال الثالث :

(١) (أ) الأزواج المرتبة : (٠ ، ٤) ، (٢ ، ٠) ، (١ ، ٢)

(ب) الأزواج المرتبة : (٠ ، −١٠) ، (٢ ، ٠) ، (١ ، −٥)

---

(٢) (أ) (٠ ، −٣) ، (−٢ ، ٠) ، (ب) (٠ ، −٢) ، (٤ ، ٠)

---

(٣) (أ) =١ ، (ب) = $\frac{٤}{٣}$

---

(٤) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{٤ - ٨}{١ + ١}$ = −٢

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{-٢ - ٨}{٢ + ١}$ = $\frac{-١٠}{٣}$

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ ≠ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أحـ}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة



(٥) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١ + ٤}{٠ + ١}$ = ٥

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١١ + ٤}{٢ + ١}$ = ٥

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

----

(٦) ك = صفر

----

(٧)

١) عدد السكان بالبداية = ٥٠ مليون ، عدد السكان بالسنة ٤٠ = ٨٠ مليون

٢) عدد السكان بالسنة ٨٠ = ١٠٠ مليون ، عدد السكان بالسنة ١٠٠ = ٩٠ مليون

٣) إحداثيات النقاط : أ(٠ ، ٥٠) ، ب(٤٠ ، ٨٠) ، جـ(٨٠ ، ١٠٠) ، ء(١٠٠ ، ٩٠)

٤) معدل نمو السكان بالـــ ٤٠ سنه الأولى = ٠,٧٥ مليون / سنة

٥) معدل نمو السكان بالـــ ٢٠ سنة الأخيرة = –٠,٥ مليون / سنة

(وضح إجابتك) تناقص في معدل زيادة السكان

اختبار الوحدة الثانية

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) المستقيم المار بالنقطتين (−١ ، ١) ، (٠ ، ٣) ميله = ...

أ) ٢ ب) −٢ ج) ٣ د) −٣

(٢) ميل المستقيم الممثل بالعلاقة : ٥ص = ١٠ ، يساوي ....

أ) ١ ب) −١ ج) صفر د) غير معرف

(٣) إذا كان : (ك ، ك) يحقق العلاقة : س + ٣ص = ٨ ، فإن : ك = ...

أ) ٥ ب) ٤ ج) ٣ د) ٢

(٤) الخط المستقيم الممثل بالعلاقة : ٢س = ٢٠ ، يقطع محور السينات في النقطة = ...

أ) (١٠ ، ٠) ب) (٠ ، ١٠) ج) (٠ ، ٢٠) د) (٢٠ ، ٠)

(٥) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (−١ ، ١) ، (٠ ، ك) يساوي ٢ ، فإن : قيمة ك = ...

أ) ٣ ب) −٣ ج) ٢ د) −٢

(٦) المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٣) ، (٧ ، ٧) يصنع مع الجزء الموجب لمحور السينات زاوية.........

أ) حادة ب) قائمة ج) منفرجة د) صفرية

السؤال الثاني: أكمل كل من العبارات التالية :

(١) ميل المستقيم الممثل بالعلاقة : ص = ٣س + ١ ، هو ....

(٢) المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قائمة ميله ....

(٣) إذا كان : ص = ٤س + ٢ ، فإن : ص = ... عندما : س = ٠

(٤) إذا كان : (٠ ، ٧) يحقق العلاقة: ص + س = ك ، فإن : ك = ...

(٥) إذا كان : (أ ، أ) يحقق العلاقة: س + ص = ١٠ ، فإن : أ = ...



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

السؤال الثالث:

(ا) أوجد ثلاثة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات الخطية التالية ومثلها بيانياً: **٣س – ٢ص = ٠**

(ب) أوجد ميل المستقيم ل : المار بالنقطتين (٠ ، ١) ، (٣ ، ٧)

السؤال الرابع:

(ا) إذا كان ميل المستقيم المار بالنقطتين (١ ، –١) ، (ك ، ك) يساوي ٣ ، فأوجد : قيمة ك

(ب) إذا كان المستقيم ل : ممثل بالعلاقة : ص = ٤س + ٣ ، فأوجد قيمة الــ س عندما ص = ٢٣

السؤال الخامس:

(ا) أثبت أن النقاط : ا(–١، –٤) ، ب(٠ ، ١) ، جـ (٢ ، ١١) تقع على استقامة واحدة.

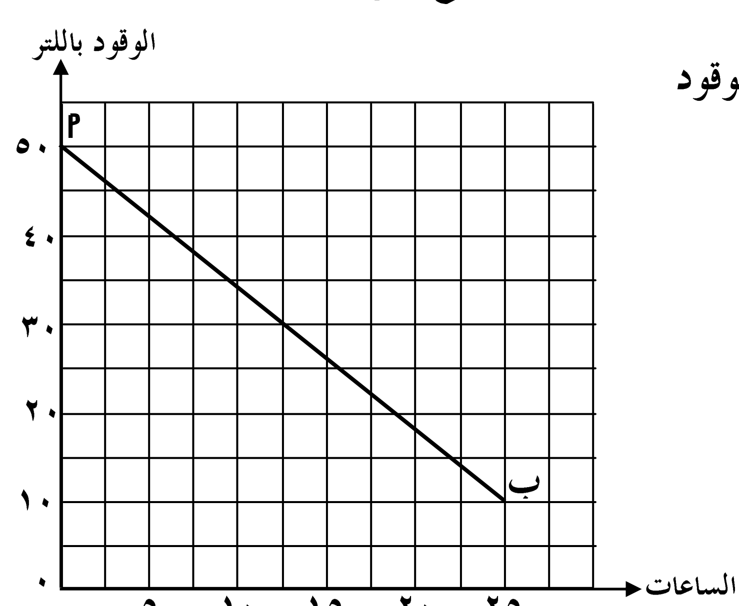
(ب) الشكل المقابل : يوضح العلاقة بين عداد خزان للوقود والزمن بالساعات

أكمل ما يلي :–

١) عدد اللترات بالخزان بالبداية

٢) عدد اللترات بالخزان بعد مرور ٢٥ ساعة

٣) معدل استهلاك الوقود





حلول اختبار الوحدة الثانية

إجابة السؤال الأول :

(١) ٢ (٢) صفر (٣) ٢ (٤) (١٠ ، ٠) (٥) ٣

(٦) حادة

إجابة السؤال الثاني :

(١) ٣ (٢) غير معرف (٣) ٢ (٤) ٧ (٥) ٥

إجابة السؤال الثالث :

(أ) الأزواج المرتبة : (٠ ، ٠) ، (–٢ ، –٣) ، (٢ ، ٣) ، (ب) الميل = ٢

إجابة السؤال الرابع : (أ) ك = ٢ ، (ب) س = ٥

إجابة السؤال الخامس :

(أ) ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١ + ٤}{٠ + ١}$ = ٥

ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ = $\frac{١١ + ٤}{٢ + ١}$ = ٥

∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = ميل المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ∴ النقاط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

(ب) (١) ٥٠ لتر ، (٢) ١٠ لتر ، (٣) – ١,٦ لتر / ساعة



الوحدة الثالثة

الدرس الأول: جمع البيانات وتنظيمها

ملخص الدرس: الإحصاء : علم يقوم على دراسة ظاهرة ما عن طريق :

١) جمع البيانات . ٢) تنظيم البيانات في جداول ورسومات بيانية لسهولة دراستها .

٣) تحليل البيانات. ٤) وضع حلول ممكنة لهذه الظاهرة .

المجموعة : ٥ – ١٥ = { س : ٥ ≤ س < ١٥ }

، ويكون :الحد الأدنى للمجموعة = ٥ ، والحد الأعلى للمجموعة = ١٥ ، طول المجموعة = ١٥– ٥ = ١٠

مثال محلول (١): فيما يلي بيانات الأجر اليومي لـ ٣٠ عامل بأحد المصانع :-

٢٠٠	٢١٠	٢٢٠	٢٣٠	٢٣٥	٢٤٠	٢١٠	٢٠٠	٢٤٠	٢٢٠
٢٣٠	٢١٠	٢٢٠	٢٠٠	٢٥٥	٢٢٠	٢٣٠	٢٤٥	٢٥٠	٢٢٠
٢٣٠	٢٢٠	٢١٠	٢٢٠	٢٣٠	٢١٠	٢٥٥	٢٤٠	٢٣٠	٢١٠

أوجد : (١) أكبر قيمة للأجر اليومي . (٢) أقل قيمة للأجر اليومي .

(٣) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة للأجر اليومي . (٤) كون مجموعات مناسبة للبيانات .

(٥) كون جدول تكراري ذي علامات . (٦) كون جدول تكراري ذي مجموعات .

الحـــــــــــل

(١) أكبر قيمة للأجر اليومي = ٢٥٥

(٢) أقل قيمة للأجر اليومي = ٢٠٠

(٣) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة للأجر اليومي

= ٢٥٥ – ٢٠٠ = ٥٥

(٤) المجموعات :–

٢٠٠ – ٢١٠ ، ٢١٠ – ٢٢٠

، ٢٢٠ – ٢٣٠ ، ٢٣٠ – ٢٤٠

المجموعات	العلامات	التكرار
٢٠٠–	///	٣
٢١٠–	//// /	٦
٢٢٠–	//// //	٧
٢٣٠–	//// //	٧
٢٤٠–	////	٤
٢٥٠–	///	٣
المجموع		٣٠



، ٢٤٠ – ٢٥٠ ، ٢٥٠ – ٢٦٠

الجدول التكراري ذي المجموعات :

المجموعات	٢٠٠–	٢١٠–	٢٢٠–	٢٣٠–	٢٤٠–	٢٥٠–	المجموع
التكرار	٣	٦	٧	٧	٤	٣	٣٠

تدريب (١): فيما يلي بيانات لأطوال ٣٠ طالب بالسنتيمترات بأحد المدارس :-

١١٠	١٢٠	١٣٠	١٣٣	١٢٥	١٤٠	١٣٧	١٤٥	١٢٧	١٣٢
١١٥	١٣٣	١٤٧	١٥٠	١٣٤	١٢٨	١٣٥	١٤٣	١٥٣	١٣٥
١١٩	١٣٦	١٤٤	١٤٦	١٢٤	١٣٧	١٥١	١٤١	١٤٠	١٢٦

(١) كون جدول تكراري ذي علامات . (٢) كون جدول تكراري ذي مجموعات .

حل تدريب (١):

الجدول التكراري ذي علامات

المجموعات	العلامات	التكرار
١١٠–	///	٣
١٢٠–	//// /	٦
١٣٠–	//// ////	١٠
١٤٠–	//// ///	٨
١٥٠–	///	٣
المجموع		٣٠

الجدول التكراري ذي المجموعات :

المجموعات	١١٠–	١٢٠–	١٣٠–	١٤٠–	١٥٠–	المجموع
التكرار	٣	٦	١٠	٦	٣	٣٠



تمارين على الدرس الأول:

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) الحد الأدنى للمجموعة (١٠ – ١٥) = ...

ⓐ ٥   ⓑ ١٠   ⓙ ١٥   ⓓ ٢٠

(٢) الحد الأعلى للمجموعة (١٠ – ١٥) = ...

ⓐ ٥   ⓑ ١٠   ⓙ ١٥   ⓓ ٢٠

(٢) طول المجموعة (١٠ – ١٥) = ...

ⓐ ٥   ⓑ ١٠   ⓙ ١٥   ⓓ ٢٠

السؤال الثاني: فيما يلي بيانات لأعمار ٤٠ عامل بأحد المصانع :-

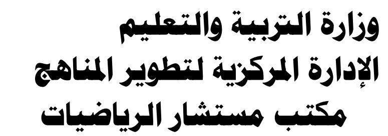
٣٥	٣٠	٤٥	٣٦	٣٣	٤١	٣٧	٤٢	٣٤	٣٨
٣٨	٤٧	٤٤	٣٧	٣٩	٣٢	٤٨	٤٠	٣٩	٤٩
٢٥	٣٥	٥٠	٢٧	٣٣	٤١	٥١	٣٤	٥٣	٢٨
٢٨	٤٨	٤١	٤٤	٣٣	٢٩	٤٠	٤٤	٤٢	٣٢

(١) كون جدول تكراري ذي علامات .   (٢) كون جدول تكراري ذي مجموعات .

حلول تمارين على الدرس الأول:

إجابة السؤال الأول :   (١) ١٠   (٢) ١٥   (٣) ٥





إجابة السؤال الثاني :

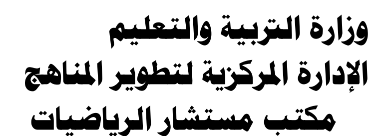
الجدول التكراري ذي علامات

المجموعات	العلامات	التكرار
٢٥-	////	٤
٣٠-	/ ###	٦
٣٥-	/ ### ###	١١
٤٠-	### ###	١٠
٤٥-	###	٥
٥٠-	////	٤
المجموع		٤٠

الجدول التكراري ذي المجموعات :

المجموعات	٢٥-	٣٠-	٣٥-	٤٠-	٤٥-	٥٠-	المجموع
التكرار	٤	٦	١١	١٠	٥	٤	٤٠





الدرس الثاني : الجدول التكراري المتجمع الصاعد والنازل وتمثيلها بيانياً

ملخص الدرس: أولاً : لتكوين الجدول المتجمع الصاعد : ١) نكون عمودين :

٢) الأول الحدود العليا للمجموعات : أقل من (المجموعات)

٣) العمود الثاني : التكرار المتجمع الصاعد :

صفر ، صفر + التكرار الأول = ناتج الجمع الأول ، ناتج الجمع الأول + التكرار الثاني ، ناتج الجمع الثاني + التكرار الثالث ، وهكذا ....حتى مجموع التكرارات فمثلاً : أنظر مثال١.

ثانياً : لتكوين الجدول المتجمع النازل : ١) نكون عمودين :

٢) الأول الحدود السفلى للمجموعات : (المجموعات) فأكثر

٣) العمود الثاني : التكرار المتجمع النازل :

مجموع التكرارات ، مجموع التكرارات – التكرار الأول = ناتج الطرح الأول ، ناتج الطرح الأول – التكرار الثاني ، ناتج الطرح الثاني – التكرار الثالث ، وهكذا ....حتى صفر فمثلاً : أنظر مثال٢.

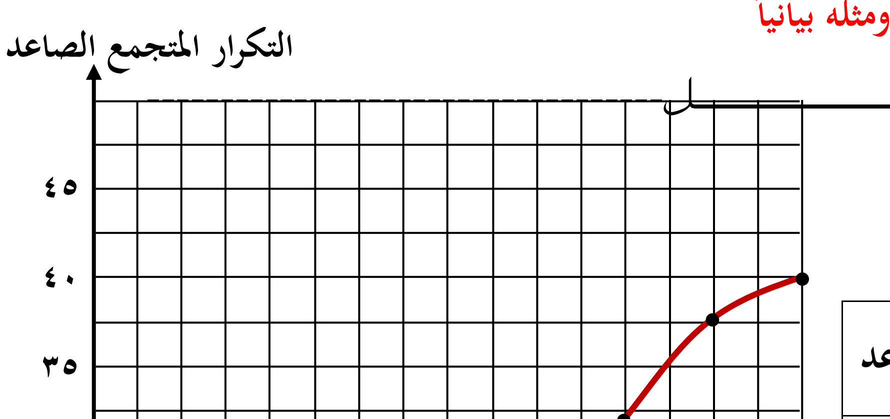


مثال محلول (١): فيما يلي بيانات الأجر اليومي لـ ٤٠ عامل بأحد المصانع :-

المجموعات	-٢٠٠	-٢١٠	-٢٢٠	-٢٣٠	-٢٤٠	-٢٥٠	-٢٦٠	المجموع
التكرار	٣	٥	٧	٩	٨	٦	٢	٤٠

كون : الجدول المتجمع الصاعد ومثله بيانياً

الحـــــــــــــــل



الجدول المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٢٠٠	٠
أقل من ٢١٠	٠ + ٣ = ٣
أقل من ٢٢٠	٣ + ٥ = ٨
أقل من ٢٣٠	٨ + ٧ = ١٥
أقل من ٢٤٠	١٥ + ٩ = ٢٤
أقل من ٢٥٠	٢٤ + ٨ = ٣٢
أقل من ٢٦٠	٣٢ + ٦ = ٣٨
أقل من ٢٧٠	٣٨ + ٢ = ٤٠

تدريب (١): فيما يلي بيانات لأطوال ١٠٠ طالب بالسنتيمترات بأحد المدارس :-

المجموعات	-١٠٠	-١١٠	-١٢٠	-١٣٠	-١٤٠	-١٥٠	المجموع
التكرار	٧	١٣	٢٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

كون : الجدول المتجمع الصاعد ومثله بيانياً



مثال محلول (٢): فيما يلي بيانات درجات ٦٠ طالب بأحد المدارس :-

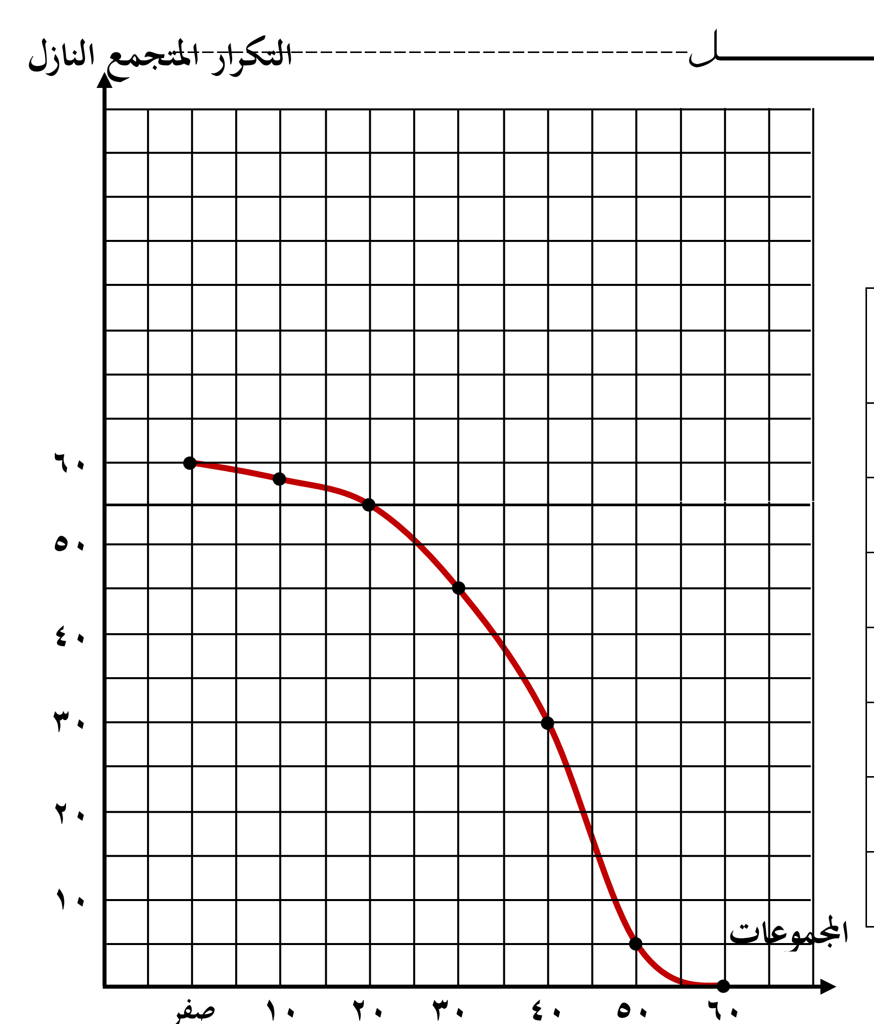
المجموعات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٢	٣	١٠	١٥	٢٥	٥	٦٠

كون : الجدول المتجمع النازل ومثله بيانياً

الحــــــــــــــل

الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٠ فأكثر	٦٠
١٠ فأكثر	٦٠ – ٢ = ٥٨
٢٠ فأكثر	٥٨ – ٣ = ٥٥
٣٠ فأكثر	٥٥ – ١٠ = ٤٥
٤٠ فأكثر	٤٥ – ١٥ = ٣٠
٥٠ فأكثر	٣٠ – ٢٥ = ٥
٦٠ فأكثر	٥ – ٥ = ٠



تدريب (٢): فيما يلي بيانات لدرجات ٩٠ طالب بأحد المدارس :-

المجموعات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٥	١٠	١٥	٢٠	٣٠	١٠	٩٠

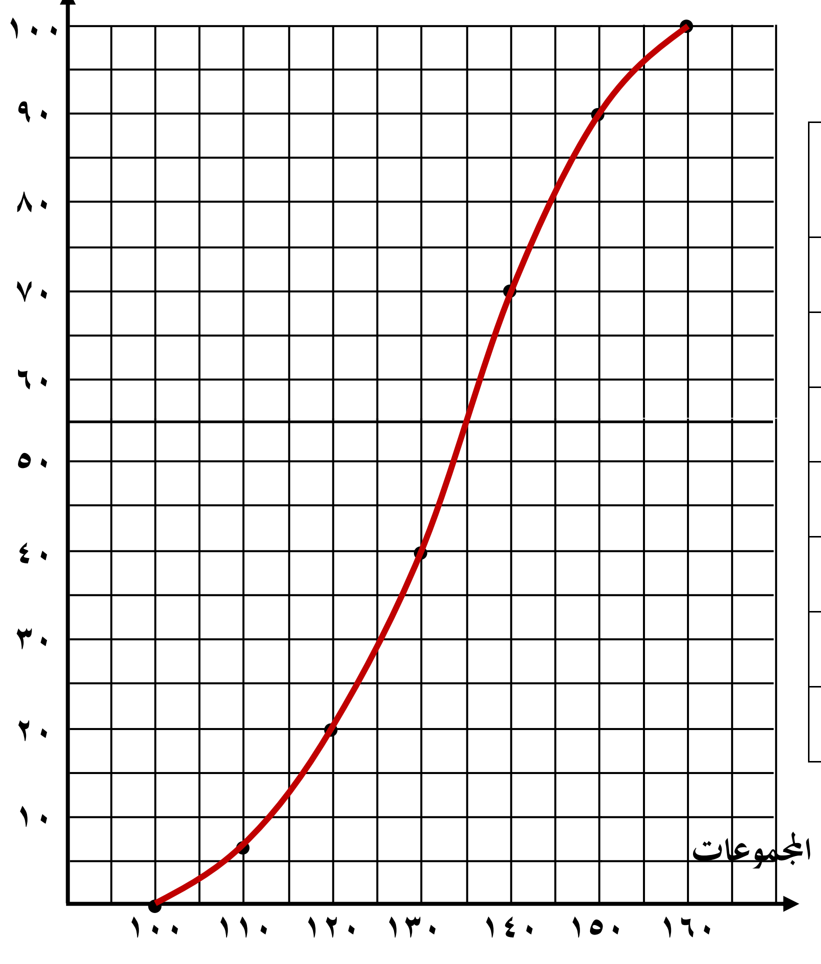
كون : الجدول المتجمع النازل ومثله بيانياً



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

حل تدريب (١):

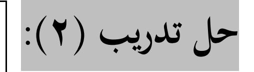
المجموعات	-١٠٠	-١١٠	-١٢٠	-١٣٠	-١٤٠	-١٥٠	المجموع
التكرار	٧	١٣	٢٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠



الجدول المتجمع الصاعد

الحدود ا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٠٠	٠
أقل من ١١٠	٧ = ٧ + ٠
أقل من ١٢٠	٢٠ = ١٣ + ٧
أقل من ١٣٠	٤٠ = ٢٠ + ٢٠
أقل من ١٤٠	٧٠ = ٣٠ + ٤٠
أقل من ١٥٠	٩٠ = ٢٠ + ٧٠
أقل من ١٦٠	١٠٠ = ١٠ + ٩٠



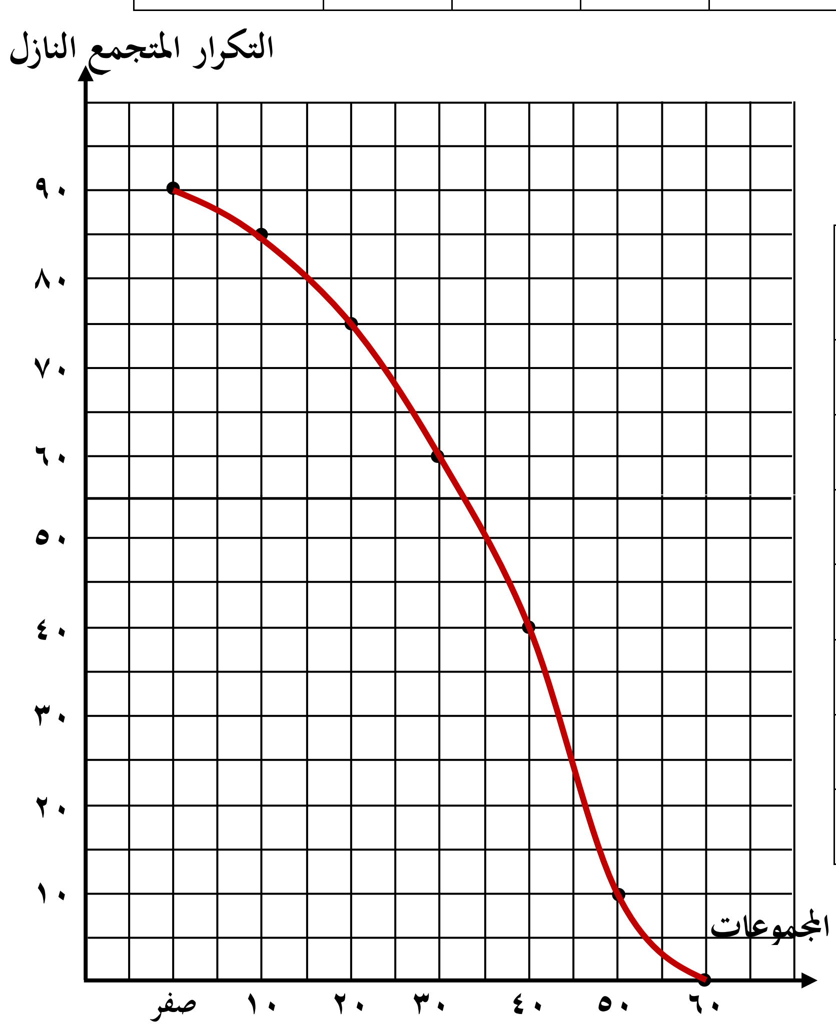


حل تدريب (٢):

المجموعات	-٠	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٥	١٠	١٥	٢٠	٣٠	١٠	٩٠

الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٠ فأكثر	٩٠
١٠ فأكثر	٩٠ − ٥ = ٨٥
٢٠ فأكثر	٨٥ − ١٠ = ٧٥
٣٠ فأكثر	٧٥ − ١٥ = ٦٠
٤٠ فأكثر	٦٠ − ٢٠ = ٤٠
٥٠ فأكثر	٤٠ − ٣٠ = ١٠
٦٠ فأكثر	١٠ − ١٠ = ٠





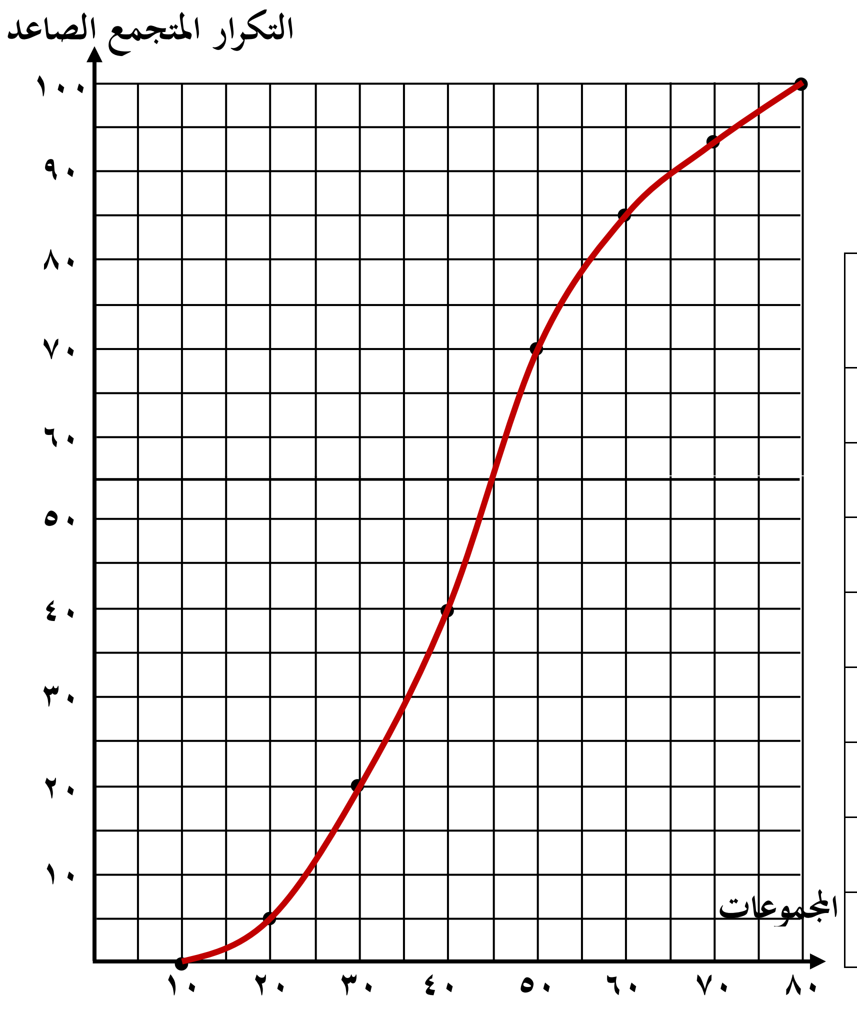
تمارين على الدرس الثاني : من بيانات الجدول التالي كون الجدول المتجمع الصاعد والهابط ومثلهم بيانياً :

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	٧٠–	المجموع
التكرار	٥	١٥	٢٠	٣٠	١٥	٨	٧	١٠٠

حلول تمارين على الدرس الثاني:

أولاً : الجدول المتجمع الصاعد

الحدود ا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٠	٠
أقل من ٢٠	٠ + ٥ = ٥
أقل من ٣٠	٥ + ١٥ = ٢٠
أقل من ٤٠	٢٠ + ٢٠ = ٤٠
أقل من ٥٠	٤٠ + ٣٠ = ٧٠
أقل من ٦٠	٧٠ + ١٥ = ٨٥
أقل من ٧٠	٨٥ + ٨ = ٩٣
أقل من ٨٠	٩٣ + ٧ = ١٠٠

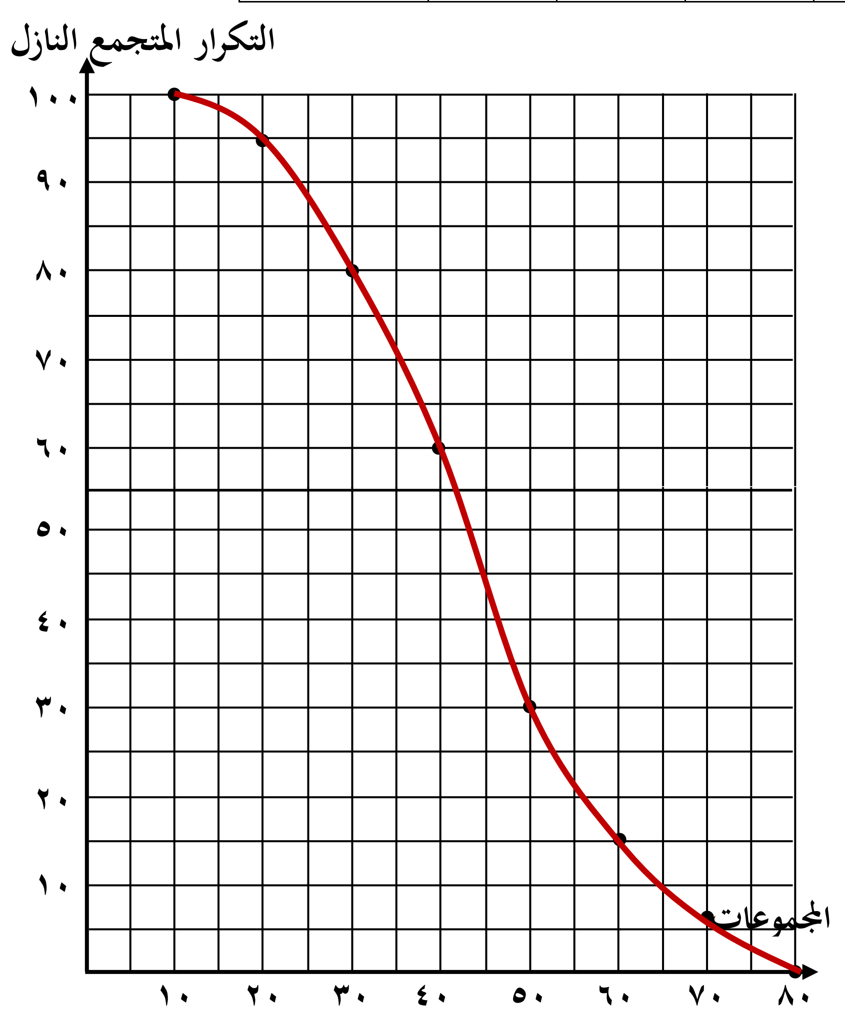




المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	٧٠–	المجموع
التكرار	٥	١٥	٢٠	٣٠	١٥	٨	٧	١٠٠

ثانياً : الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٠ فأكثر	١٠٠
٢٠ فأكثر	١٠٠ – ٥ = ٩٥
٣٠ فأكثر	٩٥ – ١٥ = ٨٠
٤٠ فأكثر	٨٠ – ٢٠ = ٦٠
٥٠ فأكثر	٦٠ – ٣٠ = ٣٠
٦٠ فأكثر	٣٠ – ١٥ = ١٥
٧٠ فأكثر	١٥ – ٨ = ٧
٨٠ فأكثر	٧ – ٧ = ٠



الدرس الثالث : الوسط الحسابي . الوسيط . المنوال

ملخص الدرس (١) الوسط الحسابي لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$

فمثلاً : الوسط الحسابي للقيم : ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ = $\frac{٣ + ٥ + ٧ + ٩}{٤}$ = ٦

(٢) الوسط الحسابي لجدول تكراري = $\frac{\text{مجموع (التكرار × مركز المجموعة)}}{\text{مجموع (التكرار)}}$ فمثلاً : أنظر مثال٢.

(٣) الوسيط لمجموعة من القيم = القيمة التي تتوسط القيم بعد الترتيب

فمثلاً : الوسيط للقيم : ١ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٧

∵ ترتيب القيم : ١ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ∴ الوسيط = ٤

فمثلاً : الوسيط للقيم : ٤ ، ١ ، ٢ ، ١١ ، ٨ ، ٩

∵ ترتيب القيم : ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ ، ٩ ، ١١ ∴ الوسيط = $\frac{٤ + ٨}{٢}$ = ٦

(٤) الوسيط لجدول تكراري : نكون جدول متجمع صاعد أو نازل ، ثم نمثله بيانياً ، ثم نوجد ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ ، نرسم شعاع أفقي نقطة بدايته ترتيب الوسيط يقطع المنحنى المتجمع الصاعد أو النازل في النقطة ر ، نرسم شعاع رأسي نقطة بدايته النقطة ر يقطع محور المجموعات في النقطة هـ (الوسيط) فمثلاً : أنظر مثال٣.

(٥) المنوال لمجموعة من القيم = القيمة الأكثر تكراراً

فمثلاً : المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٩ ، ١

∵ القيمة الأكثر تكراراً = ٣ ∴ المنوال = ٣

فمثلاً : المنوال للقيم : ١١ ، ٩ ، ٧ ، ١١ ، ٩

∵ القيمة الأكثر تكراراً = ٩ ، ١١ ∴ المنوال = ٩ ، ١١

(٦) المنوال لجدول تكراري : فمثلاً : أنظر مثال٦.



مثال محلول (١): أوجد الوسط الحسابي للقيم التالية : ١١ ، ١٤ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ ؟

الحل

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$ = $\frac{١١ + ١٤ + ٩ + ٦ + ١٠}{٥}$ = ١٠

تدريب (١): إذا كان الوسط الحسابي للقيم التالية : ٩ ، ٨ ، ك ، ٢ ، ١١ يساوي ٨ ، فأوجد قمة ك ؟

حل تدريب (١):

∵ الوسط الحسابي = ٨ ∴ $\frac{٩ + ٨ + ك + ٢ + ١١}{٥}$ = ٨

∴ $\frac{ك + ٣٠}{٥}$ = ٨ ∴ ك + ٣٠ = ٨ × ٥

∴ ك + ٣٠ = ٤٠ ∴ ك = ٤٠ − ٣٠ ∴ ك = ١٠

مثال محلول (٢): من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي ؟

المجموعات	−١٠	−٢٠	−٣٠	−٤٠	−٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	١٤	٩	٧	٥٠

الحل

مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

المجموعات	مركز المجموعات (م)	التكرار (ك)	م × ك
−١٠	١٥	٨	١٥ × ٨ = ١٢٠
−٢٠	٢٥	١٢	٢٥ × ١٢ = ٣٠٠
−٣٠	٣٥	١٤	٣٥ × ١٤ = ٤٩٠
−٤٠	٤٥	٩	٤٥ × ٩ = ٤٠٥
−٥٠	٥٥	٧	٥٥ × ٧ = ٣٨٥
المجموع		٥٠	١٧٠٠

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{١٧٠٠}{٥٠}$ = ٣٧



تدريب (٢): من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي ؟

المجموعات	٠ –	١٠ –	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ –	المجموع
التكرار	٢	٣	١٠	١٥	٢٥	٥	٦٠

حل تدريب (٢):

مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

المجموعات	مركز المجموعات (م)	التكرار (ك)	م × ك
٠ –	٥	٢	٥ × ٢ = ١٠
١٠ –	١٥	٣	١٥ × ٣ = ٤٥
٢٠ –	٢٥	١٠	٢٥ × ١٠ = ٢٥٠
٣٠ –	٣٥	١٥	٣٥ × ١٥ = ٥٢٥
٤٠ –	٤٥	٢٥	٤٥ × ٢٥ = ١١٢٥
٥٠ –	٥٥	٥	٥٥ × ٥ = ٢٧٥
المجموع		٦٠	٢٢٣٠

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{٢٢٣٠}{٦٠}$ ≃ ٣٧,١٦

مثال محلول (٣): أوجد الوسيط : لكل من القيم التالية :

١) ١١ ، ١٣ ، ٧ ، ٨ ، ٥ ٢) ٤ ، ١ ، ٦ ، ٥ ، ٩ ، ١١

الحـــــــــــل

١) ∵ ترتيب القيم : ٥ ، ٧ ، ٨ ، ١١ ، ١٣ ∴ الوسيط = ٨

٢) ∵ ترتيب القيم : ١ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٩ ، ١١ ∴ الوسيط = $\frac{٥ + ٦}{٢}$ = ٥,٥



تدريب (٣): أوجد الوسيط : لكل من القيم التالية :

١) ٢ ، ١٠ ، ٨ ، ٦ ، ١٠ ، ١٠   ٢) ٣ ، ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٧

حل تدريب (٣):

١) ∵ ترتيب القيم : ٢ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٠   ∴ الوسيط = $\frac{٨ + ١٠}{٢}$ = ٩

٢) ∵ ترتيب القيم : ٢ ، ٢ ، ٢ ، ٣ ، ٧   ∴ الوسيط = ٢

مثال محلول (٤): من بيانات الجدول التالي أوجد الوسيط ؟

المجموعات	١٠٠–	١١٠–	١٢٠–	١٣٠–	١٤٠–	١٥٠–	المجموع
التكرار	٧	١٣	٢٠	٣٠	٢٠	١٠	١٠٠

الحـــــــل

ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

الجدول المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٠٠	٠
أقل من ١١٠	٠ + ٧ = ٧
أقل من ١٢٠	٧ + ١٣ = ٢٠
أقل من ١٣٠	٢٠ + ٢٠ = ٤٠
أقل من ١٤٠	٤٠ + ٣٠ = ٧٠
أقل من ١٥٠	٧٠ + ٢٠ = ٩٠
أقل من ١٦٠	٩٠ + ١٠ = ١٠٠

التكرار المتجمع الصاعد
١٠٠ ، ٩٠ ، ٨٠ ، ٧٠ ، ٦٠ ، ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٠ ، ٢٠ ، ١٠
ترتيب الوسيط
الوسيط
١٠٠ ، ١١٠ ، ١٢٠ ، ١٣٠ ، ١٤٠ ، ١٥٠ ، ١٦٠
المجموعات

الوسيط ≃ ١٣٣

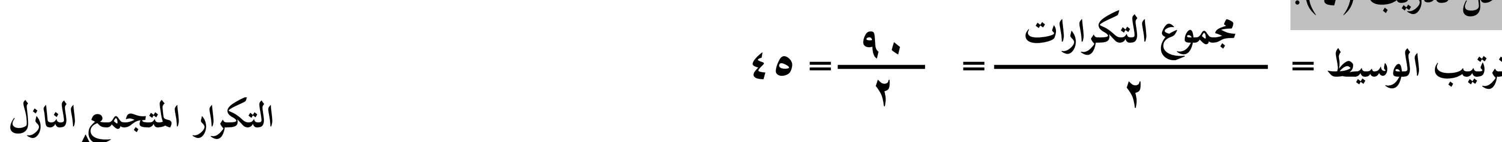


وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

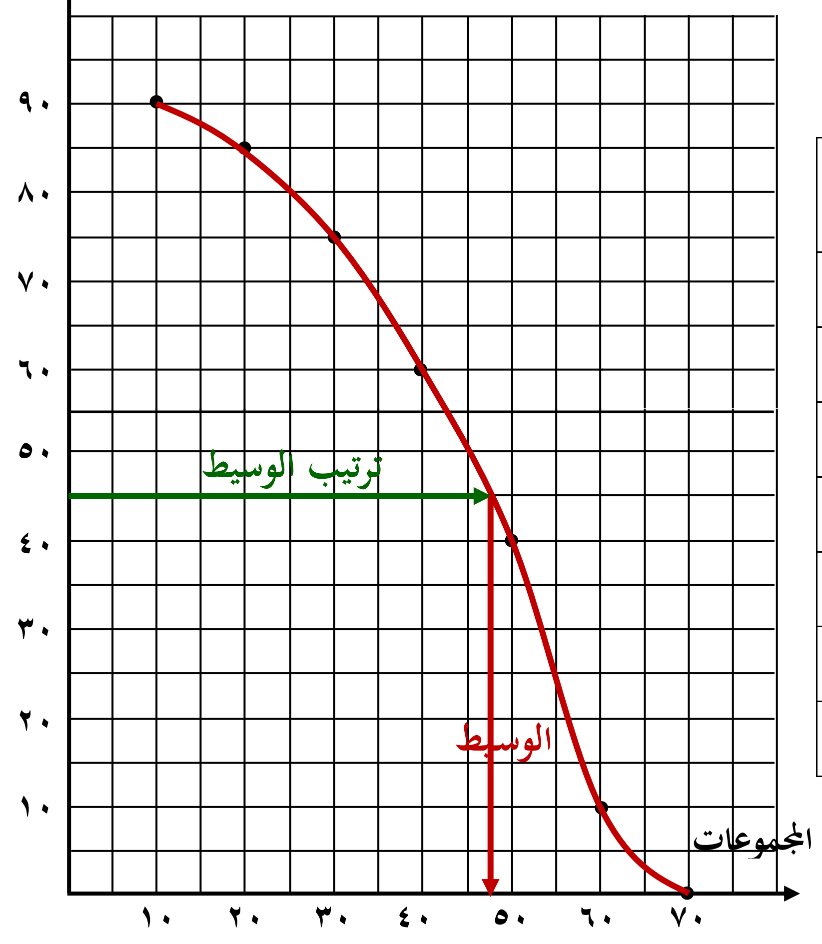
تدريب (٤): من بيانات الجدول التالي أوجد الوسيط ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	المجموع
التكرار	٥	١٠	١٥	٢٠	٣٠	١٠	٩٠

حل تدريب (٤):



ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{٩٠}{٢}$ = ٤٥



الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٠ فأكثر	٩٠
٢٠ فأكثر	٩٠ – ٥ = ٨٥
٣٠ فأكثر	٨٥ – ١٠ = ٧٥
٤٠ فأكثر	٧٥ – ١٥ = ٦٠
٥٠ فأكثر	٦٠ – ٢٠ = ٤٠
٦٠ فأكثر	٤٠ – ٣٠ = ١٠
٧٠ فأكثر	١٠ – ١٠ = ٠

الوسيط $\simeq$ ٤٧

مثال محلول (٥): أوجد المنوال : لكل من القيم التالية :

١) ٢ ، ١٠ ، ٢ ، ١٠ ، ٢ ، ١٠

٢) ٣ ، ٥ ، ٢ ، ٥ ، ٧ ، ٢ ، ٥



حل تدريب (٥):

١) ∵ القيمة الأكثر تكراراً = ٢ ، ١٠ ∴ المنوال = ٢ ، ١٠

٢) ∵ القيمة الأكثر تكراراً = ٥ ∴ المنوال = ٥

مثال محلول (٦): من بيانات الجدول التالي أوجد المنوال ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	٧٠–	المجموع
التكرار	٥	١٥	٢٠	٣٠	١٥	٨	٧	١٠٠

التكرار

٣٢ ، ٢٨ ، ٢٤ ، ٢٠ ، ١٦ ، ١٢ ، ٨ ، ٤

المنوال

المجموعات

١٠ ٢٠ ٣٠ ٤٠ ٥٠ ٦٠ ٧٠ ٨٠

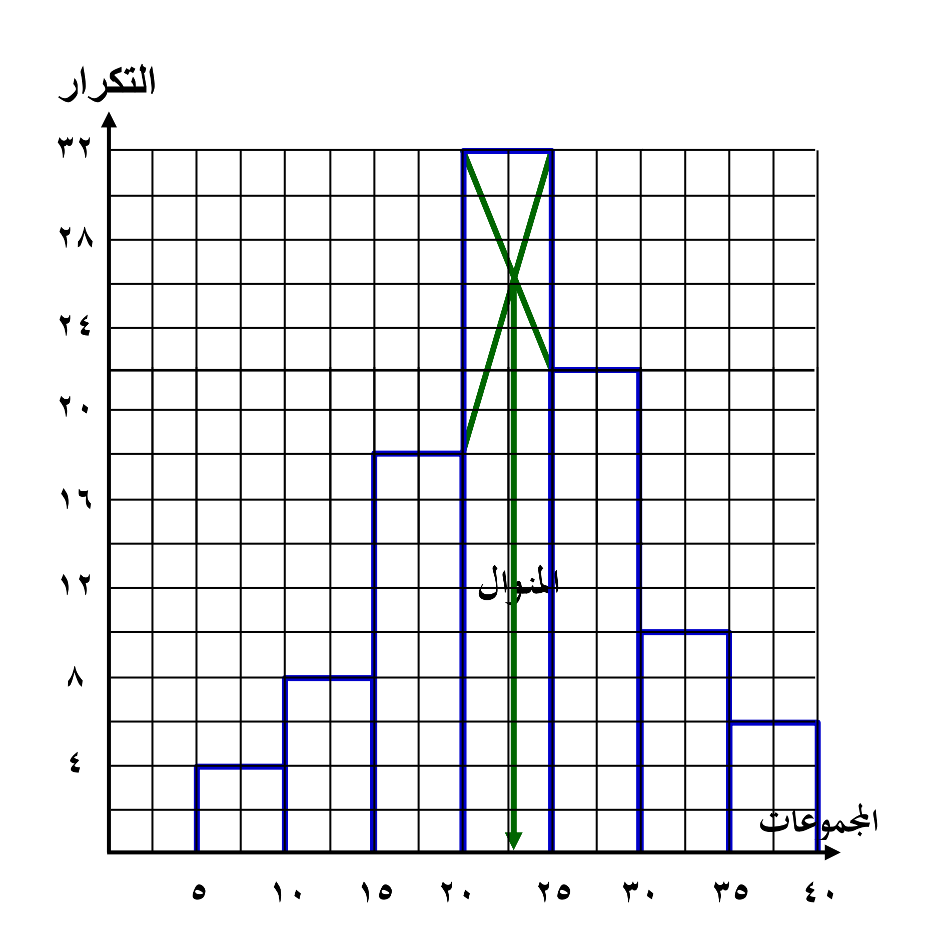
المنوال ≃ ٤٤



تدريب (٦): من بيانات الجدول التالي أوجد المنوال ؟

المجموعات	٥−	١٠−	١٥−	٢٠−	٢٥−	٣٠−	٣٥−	المجموع
التكرار	٤	٨	١٨	٣٢	٢٢	١٠	٦	١٠٠

حل تدريب (٦):



المنوال ≃ ٢٣

تمارين على الدرس الثالث:

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) المدى للقيم : ١١ ، ١٣ ، ٧ ، ٣ ، ٢٠ = ...

(أ) ١١ (ب) ٢٣ (ج) ١٧ (د) ٢٠



(٢) الوسط الحسابي للقيم : ٧ ، ٦ ، ٤ ، ١٣ ، ١٠ = ...

(أ) ٥ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ٤٠

(٣) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ١٠ والحد الأعلى ٢٠ ، فإن : مركز المجموعة = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (ج) ١٠ (د) ١٥

(٤) الوسيط للقيم : ١ ، ٧ ، ٥ ، ٤ ، ١١ = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١١

(٥) المنوال للقيم : ٧ ، ٧ ، ٩، ٧ ، ٩ ، ٩ = ...

(أ) ٧ (ب) ٩ (ج) ٧ ، ٩ (د) ١٦

(٦) المنوال للقيم : ١٥ ، ١٧ ، ٨ ، ٢ ، ٨ ، ١٤ ، ٨ = ...

(أ) ١٥ (ب) ١٤ (ج) ٨ (د) ٢

السؤال الثاني : أكمل كل من العبارات التالية :

(١) مجموعة حدها الأدنى = ٥ ، مركزها = ١٠ ، فإن : حدها الأعلى = ...

(٢) إذا كان : الوسط الحسابي للقيم : ٦ ، ٤ ، س ، ٢ يساوي ٥ ، فإن : س = ...

(٣) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم = ٧ ، فإن عدد القيم = ...

(٤) الشعاع العمود النازل من نقطة تلاقي المنحنيين المتجمعين الصاعد و النازل على المحور الأفقي للمجموعات يعين =............

(٥) المنوال للقيم : ١ ، ٧ ، ٨ ، ٢ ، ٨ ، ٧ ، ٤ = ...

(٦) إذا كان : المنوال للقيم : ٧ ، ٦ ، س + ١ ، ٥ ، ٩ يساوي ٦ ، فإن : س =...........

السؤال الثالث: أجب عما يلي :

(١) من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	٦٠–	المجموع
التكرار	٥	١٠	١٥	٣٠	٢٠	١٠	٩٠



(٢) من بيانات الجدول التالي أوجد الوسيط ؟

المجموعات	−٢	−٤	−٦	−٨	−١٠	المجموع
التكرار	١٦	١٠	٣٠	٢٤	٢٠	١٠٠

(٣) من بيانات الجدول التالي أوجد المنوال ؟

المجموعات	−٢٠	−٣٠	−٤٠	−٥٠	−٦٠	−٧٠	المجموع
التكرار	٦	١٥	٢٠	٣٠	١٠	٤	٨٥

حلول تمارين على الدرس الثالث :

إجابة السؤال الأول :

(١) ١٧ (٢) ٨ (٣) ١٥

(٤) ٥ (٥) ٧ ، ٩ (٦) ٨

إجابة السؤال الثاني :

(١) ١٥ (٢) ٨ (٣) ١٣

(٤) الوسيط (٥) ٧ ، ٨ (٦) ٥

إجابة السؤال الثالث :

(١) مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

المجموعات	مركز المجموعات (م)	التكرار (ك)	م × ك
−١٠	١٥	٥	١٥ × ٥ = ٧٥
−٢٠	٢٥	١٠	٢٥ × ١٠ = ٢٥٠
−٣٠	٣٥	١٥	٣٥ × ١٥ = ٥٢٥
−٤٠	٤٥	٣٠	٤٥ × ٣٠ = ١٣٥٠
−٥٠	٥٥	٢٠	٥٥ × ٢٠ = ١١٠٠
−٦٠	٦٥	١٠	٦٥ × ١٠ = ٦٥٠
المجموع		٩٠	٣٩٥٠



الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{٣٩٥٠}{٩٠}$ ≃ ٤٣,٨٨

---

(٢) ترتيب الوسيط = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{٢}$ = $\frac{١٠٠}{٢}$ = ٥٠

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٢ فأكثر	١٠٠
٤ فأكثر	١٠٠ − ١٦ = ٨٤
٦ فأكثر	٨٤ − ١٠ = ٧٤
٨ فأكثر	٧٤ − ٣٠ = ٤٤
١٠ فأكثر	٤٤ − ٢٤ = ٢٠
١٢ فأكثر	٢٠ − ٢٠ = ٠

التكرار المتجمع النازل

١٠٠ ٩٠ ٨٠ ٧٠ ٦٠ ٥٠ ٤٠ ٣٠ ٢٠ ١٠

ترتيب الوسيط

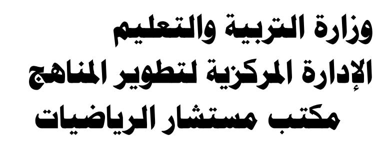
الوسيط

المجموعات

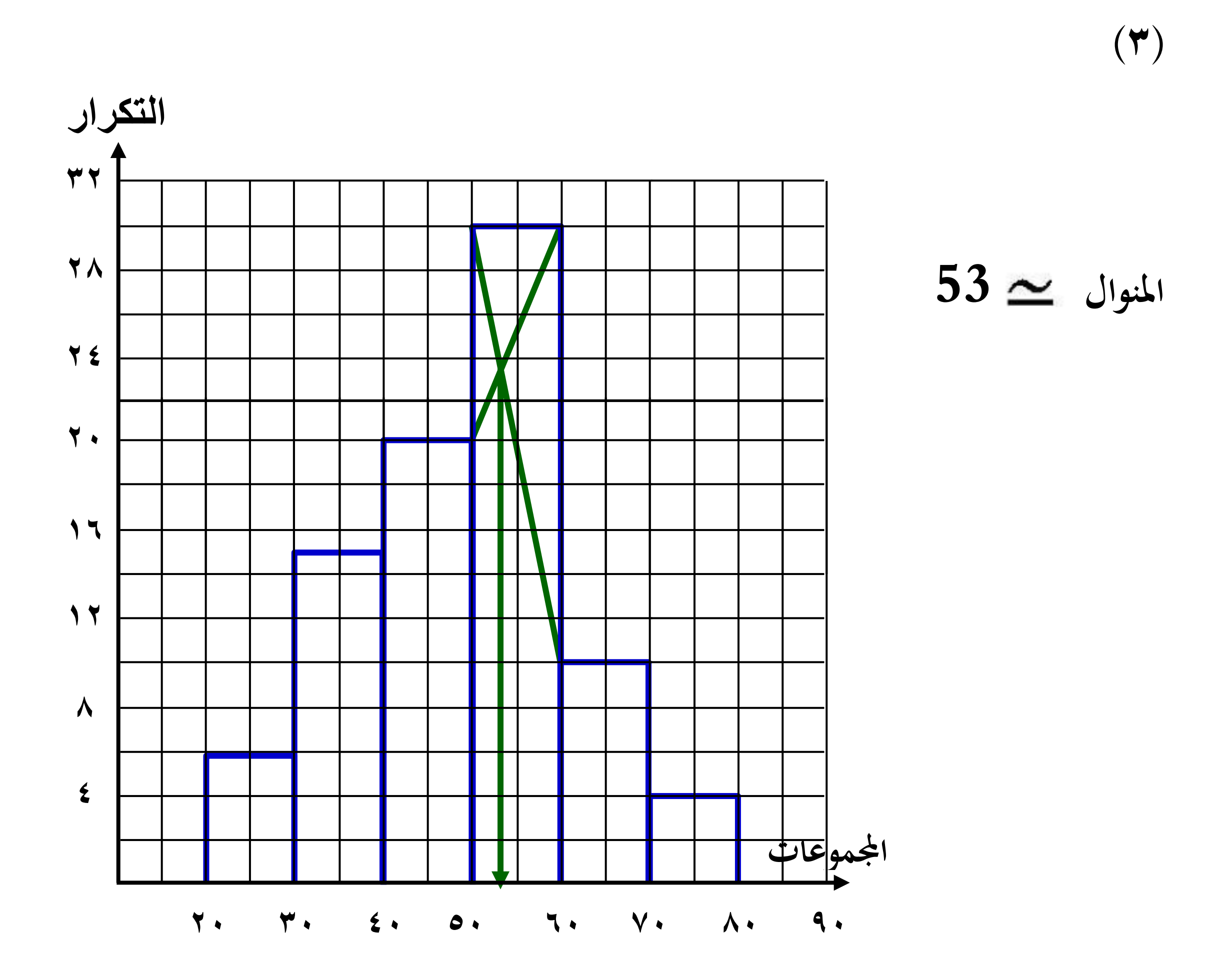
٢ ٤ ٦ ٨ ١٠ ١٢ ١٤

الوسيط ≃ ٧,٦





(٣)



المنوال $\simeq$ 53



تمارين الوحدة الثالثة

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) المدى للقيم : ٥ ، ١٠ ، ٨ ، ٩ ، ١١ ، ١٥ = ...

Ⓟ ١٠   (ب) ٨   (ج) ٩   (د) ١٥

(٢) مركز المجموعة الثانية من المجموعات : ١١– ، ١٥– ، ١٩– ، ٢٣– = ...

Ⓟ ١٣   (ب) ١٧   (ج) ١٩   (د) ٢٣

(٣) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٧ والحد الأعلى ١٣ ، فإن : مركز المجموعة = ...

Ⓟ ٣٠   (ب) ٢٠   (ج) ١٥   (د) ١٠

(٤) الوسط الحسابي للقيم : ١١ ، ٨ ، ٢ ، ١٣ ، ١٩ ، ٧ = ...

Ⓟ ٥   (ب) ٨   (ج) ١٠   (د) ٤٠

(٥) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٨ ، ٦ ، ك ، ٩ يساوي ١٠ ، فإن : ك = ...

Ⓟ ١٧   (ب) ١٨   (ج) ١٩   (د) ٢٠

(٦) الوسيط للقيم : ٣ ، ٩ ، ٣ ، ٤ ، ١٠ = ...

Ⓟ ٤   (ب) ٥   (ج) ٧   (د) ١١

(٧) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم = ٥ ، فإن عدد القيم = ...

Ⓟ ٤   (ب) ٥   (ج) ٧   (د) ١١

(٨) المنوال للقيم : ٣ ، ١١ ، ٢، ٣ ، ١١ ، ٩ = ...

Ⓟ ٧   (ب) ٩   (ج) ٣ ، ١١   (د) ١٦

(٩) المنوال للقيم : ٢ ، ٤ ، ٣ ، ٢ ، ٣ ، ٢ ، ٧ = ...



(أ) ١٠ (ب) ١١ (ج) ٣ (د) ٢

(١٠) إذا كان المنوال للقيم : ك ، ٢ك ، ك +١، ك –١، ك + ١ يساوي ١١ = ...

(أ) ١٠ (ب) ١١ (ج) ٣ (د) ٢

السؤال الثاني : أكمل كل من العبارات التالية :

(١) إذا كان مجموع التكرارات لتوزيع تكراري ذي مجموعات = ١٠٠ ، فإن ترتيب الوسيط = ...

(٢) إذا كان : (٤٠ ، ٢٥) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ، فإن : الوسيط = ...

(٣) الوسط الحسابي للقيم : ٢ ، ٦ ، ٨ ، ٥ ، ١٠ ، ٧ ، ٤ = ...

(٤) إذا كان الوسط الحسابي لـ ٥ قيم = ٧ ، فإن : مجموع القيم =............

(٥) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٤ ، ك ، ٨ ، ٢ ، ٦ = ٦ فإن : ك =............

(٦) الوسيط للقيم : ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ = ...

(٧) المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ = ...

(٨) إذا كان : المنوال للقيم : ٣ ، ٥ ، ك – ٣ ، ٢ ، ٧ يساوي ٢ ، فإن : ك =............

(٩) إذا كان : (٦٠ ، ٤٠) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ، فإن :
مجموع التكرارات = ...

(١٠) المدى للقيم : ٤٠ ، ٢٠ ، ٣٠ ، ١٠ ، ٢٥ ، ١٥ = ...

السؤال الثالث: أجب عما يلي :

(١) من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي ؟

المجموعات	٥–	١٥–	٢٥–	٣٥–	٤٥–	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

(٢) من بيانات الجدول التالي أوجد الوسيط ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٢	١	٢	٣	٤	١٢



(٣) من بيانات الجدول التالي أوجد المنوال ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٦	١٢	١٤	١٠	٨	٥٠

حلول التمارين الوحدة :

حلول تمارين الوحدة الثالثة

إجابة السؤال الأول :

(١) ١٠ (٢) ١٧ (٣) ١٠ (٤) ١٠ (٥) ١٧

(٦) ٤ (٧) ١١ (٨) ٣ ، ١ (٩) ٢ (١٠) ١٠

إجابة السؤال الثاني :

(١) ٥٠ (٢) ٤٠ (٣) ٦ (٤) ٣٥ (٥) ١٠

(٦) ٤ (٧) ٣ (٨) ٥ (٩) ٨٠ (١٠) ٣٠

إجابة السؤال الثالث :

(١)

المجموعات	٥–	١٥–	٢٥–	٣٥–	٤٥–	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٤	٢	٢٠

مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{٥ + ١٥}{٢}$ = ١٠

المجموعات	مركز المجموعات (م)	التكرار (ك)	م × ك
٥–	١٠	٣	١٠ × ٣ = ٣٠
١٥–	٢٠	٤	٢٠ × ٤ = ٨٠
٢٥–	٣٠	٧	٣٠ × ٧ = ٢١٠
٣٥–	٤٠	٤	٤٠ × ٤ = ١٦٠
٤٥–	٥٠	٢	٥٠ × ٢ = ١٠٠
المجموع		٢٠	٥٨٠



الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{٥٨٠}{٢٠}$ = ٢٩

---

(٢)

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٢	١	٢	٣	٤	١٢

الجدول المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ١٠	٠
أقل من ٢٠	٠ + ٢ = ٢
أقل من ٣٠	٢ + ١ = ٣
أقل من ٤٠	٣ + ٢ = ٥
أقل من ٥٠	٥ + ٣ = ٨
أقل من ٦٠	٨ + ٤ = ١٢

الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
١٠ فأكثر	١٢
٢٠ فأكثر	١٢ – ٢ = ١٠
٣٠ فأكثر	١٠ – ١ = ٩
٤٠ فأكثر	٩ – ٢ = ٧
٥٠ فأكثر	٧ – ٣ = ٤
٦٠ فأكثر	٤ – ٤ = ٠



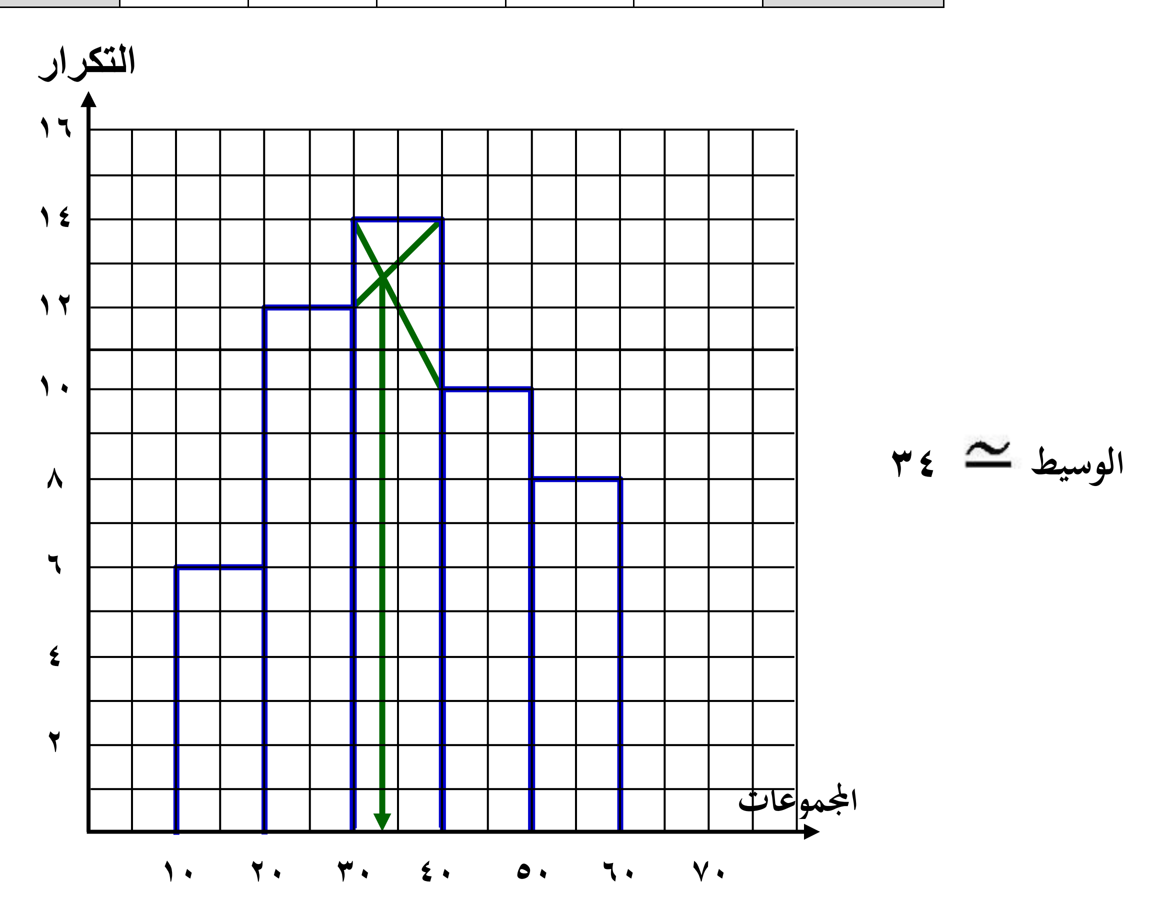
الوسيط ≃ ٤٤



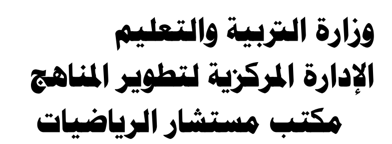
وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

(٣)

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٦	١٢	١٤	١٠	٨	٥٠







اختبار الوحدة الثالثة

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات التالية :

(١) المدى للقيم : ٣ ، ١١ ، ٨ ، ٦ ، ١ ، ٧ = ...

(أ) ١٠ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٥

(٢) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٣٠ والحد الأعلى ٤٠ ، فإن : مركز المجموعة = ...

(أ) ٥ (ب) ١٥ (ج) ٢٥ (د) ٣٥

(٣) الوسط الحسابي للقيم : ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٥ ، ٨ = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ١٥ (د) ٢٠

(٤) الوسيط للقيم : ١ ، ٢ ، ٧ ، ٣ ، ٤ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

(٥) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة من القيم = ٦ ، فإن عدد القيم = ...

(أ) ١٥ (ب) ١٤ (ج) ١١ (د) ١٠

(٦) المنوال للقيم : ٢ ، ٨ ، ٨ ، ٢ ، ٣ ، ٧ = ...

(أ) ٧ (ب) ٩ (ج) ٢ ، ٨ (د) ١٦

السؤال الثاني : أكمل كل من العبارات التالية :

(١) الوسط الحسابي للقيم : ٤ ، ٦ ، ٨ ، ٢ ، ١٠ = ...

(٢) إذا كان الوسط الحسابي للقيم : ٥ ، ك – ١ ، ١٠ ، ٤ ، ٦ = ٧ فإن : ك =...........

(٣) مدى القيم : ٤ ، ٥ ، ٣ ، ٥ ، ٣ ، ٤ = ...

(٤) المنوال للقيم : ١٠ ، ٧ ، ٢ ، ٧ ، ٣ ، ٥ = ...

(٥) إذا كان : (٣٠ ، ٢٠) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ، فإن : ترتيب الوسيط =



.... ، الوسيط = ... ، مجموع التكرارات = ...

(٦) إذا كان الوسط الحسابي لـ ٤ قيم = ١٠ ، فإن : مجموع القيم =...........

السؤال الثالث: من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي ؟

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٨	١٢	٢٠	١٤	٦	٦٠

السؤال الرابع: من بيانات الجدول التالي أوجد الوسيط ؟

المجموعات	٤–	٨–	١٢–	١٦–	١٨–	المجموع
التكرار	٥	٨	١١	٩	٧	٤٠

السؤال الخامس: من بيانات الجدول التالي أوجد المنوال ؟

المجموعات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	المجموع
التكرار	٧	١١	١٥	٩	٨	٥٠

حلول اختبار الوحدة الثالثة

إجابة السؤال الأول :

(١) ١٠ (٢) ٣٥ (٣) ٥ (٤) ٣ (٥) ١١

(٦) ٢ ، ٨

إجابة السؤال الثاني :

(١) ٦ (٢) ١١ (٣) ٢ (٤) ٧

(٥) ٢٠ ، ٣٠ ، ٤٠ (٦) ٤٠



إجابة السؤال الثالث :

المجموعات	-١٠	-٢٠	-٣٠	-٤٠	-٥٠	المجموع
التكرار	٨	١٢	٢٠	١٤	٦	٦٠

مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

المجموعات	مركز المجموعات (م)	التكرار (ك)	م × ك
-١٠	١٥	٨	١٥ × ٨ = ١٢٠
-٢٠	٢٥	١٢	٢٥ × ١٢ = ٣٠٠
-٣٠	٣٥	٢٠	٣٥ × ٢٠ = ٧٠٠
-٤٠	٤٥	١٤	٤٥ × ١٤ = ٦٣٠
-٥٠	٥٥	٦	٥٥ × ٦ = ٣٣٠
المجموع		٦٠	٢٠٨٠

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{٢٠٨٠}{٦٠}$ = ٣٤,٦٦



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

إجابة السؤال الرابع :

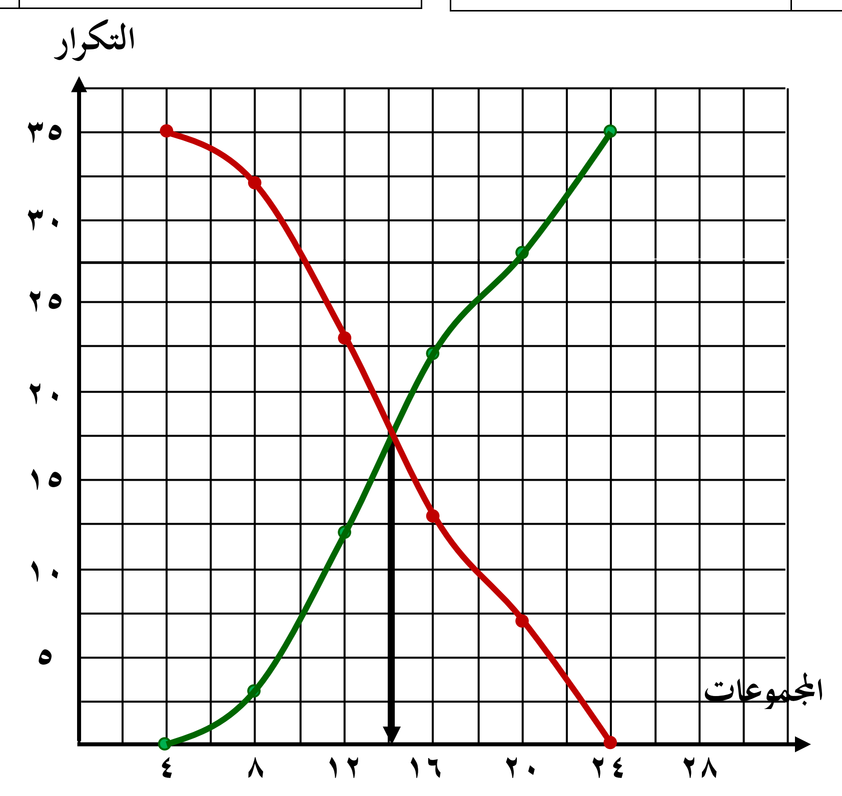
المجموعات	٤ –	٨ –	١٢ –	١٦ –	٢٠ –	المجموع
التكرار	٣	٩	١٠	٦	٧	٣٥

الجدول المتجمع الصاعد

الحدود العليا للمجموعات	التكرار المتجمع الصاعد
أقل من ٤	٠
أقل من ٨	٠ + ٣ = ٣
أقل من ١٢	٣ + ٩ = ١٢
أقل من ١٦	١٢ + ١٠ = ٢٢
أقل من ٢٠	٢٢ + ٦ = ٢٨
أقل من ٢٤	٢٨ + ٧ = ٣٥

الجدول المتجمع النازل

الحدود السفلى للمجموعات	التكرار المتجمع النازل
٤ فأكثر	٣٥
٨ فأكثر	٣٥ – ٣ = ٣٢
١٢ فأكثر	٣٢ – ٩ = ٢٣
١٦ فأكثر	٢٣ – ١٠ = ١٣
٢٠ فأكثر	١٣ – ٦ = ٧
٢٤ فأكثر	٧ – ٧ = ٠

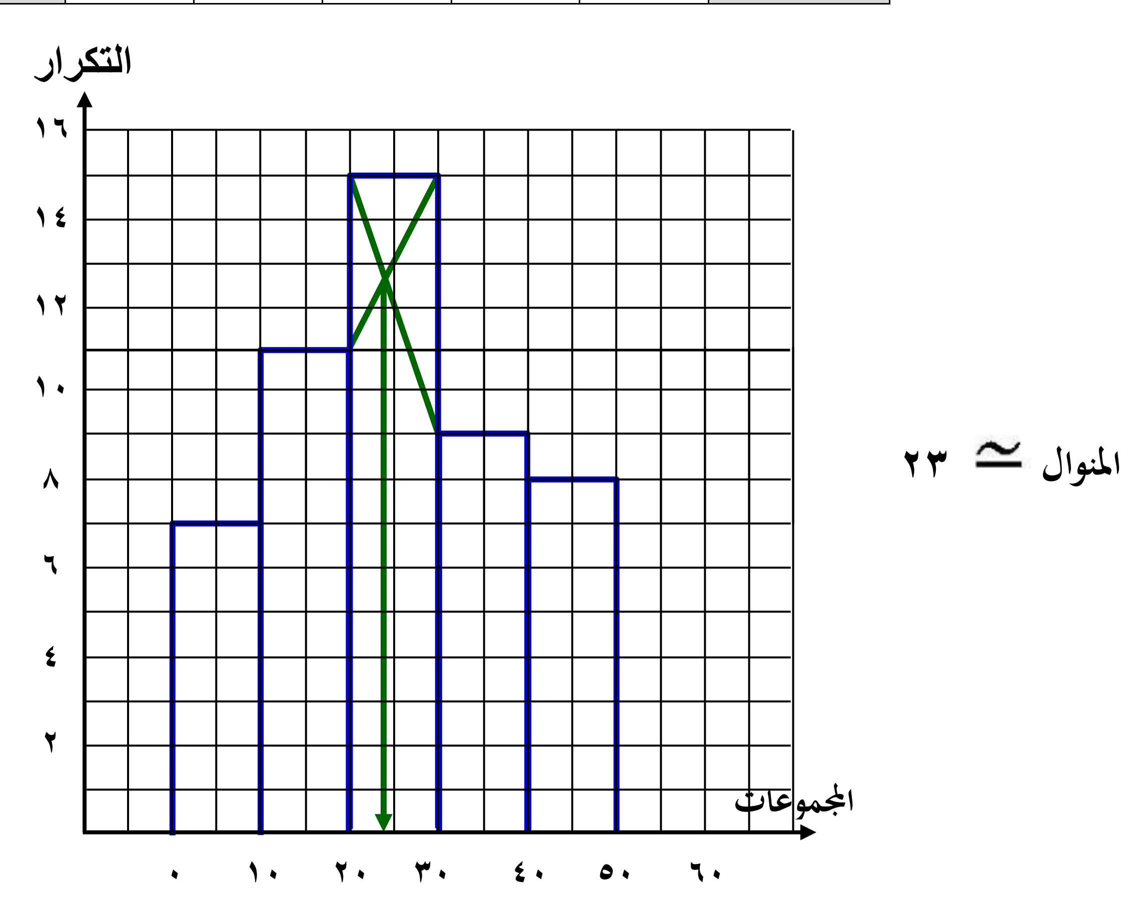


الوسيط ≃ ١٤



إجابة السؤال الخامس :

المجموعات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	المجموع
التكرار	٧	١١	١٥	٩	٨	٥٠



المنوال ≃ ٢٣

الوحدة الرابعة – هندسة

الدرس الأول: متوسطات المثلث

ملخص الدرس: **متوسط المثلث:**

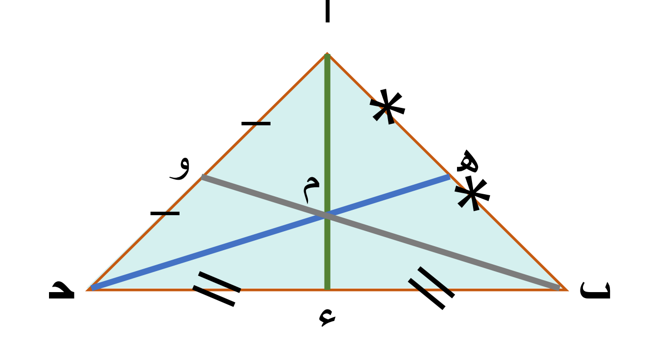
هو القطعة المستقيمة المرسومة من أي رأس من رؤوس المثلث الى منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس.

١) كل مثلث له ثلاث متوسطات.

في الشكل المقابل:

أ ء ، ب و ، حـ هـ

هى متوسطات المثلث أ ب حـ



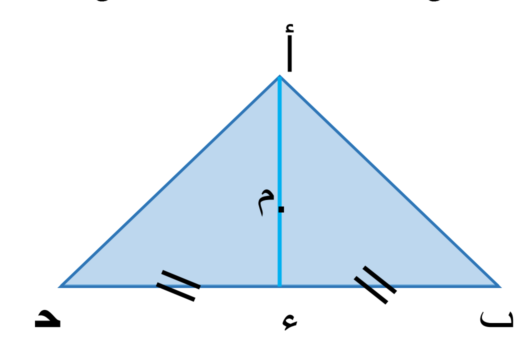
٢) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في نقطة واحدة.

٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منهم بنسبة ١:٢ من جهة القاعدة أو ٢:١ من جهة الرأس

في الشكل المقابل:

أم = ٢ م ء

م ء = $\frac{١}{٢}$ أ م



٤) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس القائمة يساوى نصف طول وتر هذا المثلث

في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ب ء متوسط فيه

فيكون : ب ء = $\frac{١}{٢}$ أحـ



٥) إذا كان طول متوسط المثلث المرسوم من أحد رؤوسه يساوى نصف طول الضلع المقابل لهذا الرأس فإن زاوية هذا الرأس تكون قائمة.

في الشكل المقابل:

$\overline{\text{ب ء}}$ متوسط في المثلث أ ب حـ

، ب ء = $\frac{1}{2}$ أ حـ

فيكون المثلث أ ب حـ قائم الزاوية في ب

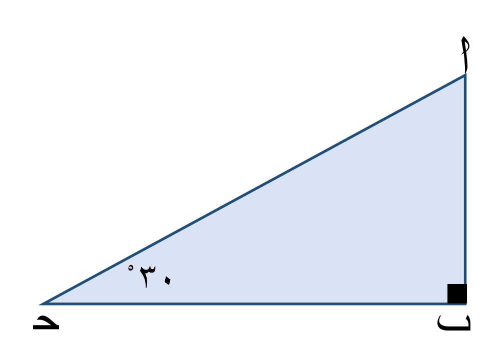
٦) طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوى نصف طول الوتر.

في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

، ق(∠حـ) = ٣٠°

فيكون أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ



مثال محلول (١): في الشكل المقابل:

أ ب حـ مثلث ، أ ء متوسط ، م نقطة تقاطع المتوسطات

إذا كان أ م = ٦ سم

أوجد طول م ء

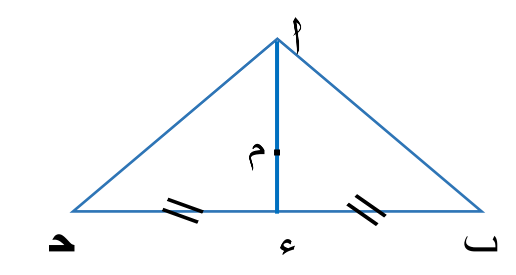
الحـــــــــــل

∵ Δ أ ب حـ فيه $\overline{\text{أ ء}}$ متوسط ، م نقطة تقاطع المتوسطات

∴ م ء = $\frac{1}{2}$ أ م = $\frac{1}{2}$ × ٦ = ٣ سم



تدريب (١):



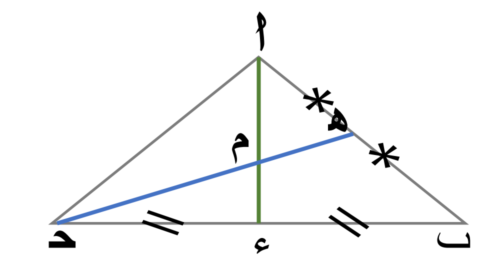
في الشكل المقابل:

أب حـ مثلث، أء متوسط ، م نقطة تقاطع المتوسطات

إذا كان أم = ١٠ سم

أوجد طول م ء

مثال محلول (٢):



في الشكل المقابل:

اب حـ مثلث فيه أء ، حـ هـ متوسطان تقاطعا في م

إذا كان : ء م = ٤ سم ، هـ م = ٣,٥

أوجد طول أء ، حـ هـ

الحــــــــــــــــــل

∵ Δ أ ب حـ فيه أء ، حـهـ متوسطان متقاطعان في م

∴ م نقطة تقاطع المتوسطات

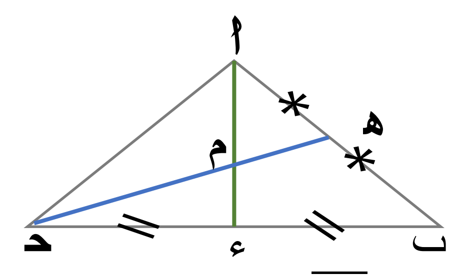
∴ أ م = ٢ م ء = ٢ × ٤ = ٨ سم

، حـ م = ٢ م هـ = ٢ × ٣,٥ = ٧ سم

أ ء = ٨+ ٤ =١٢ سم

، حـ هـ = ٧+ ٣,٥ = ١٠,٥ سم

تدريب (٢):



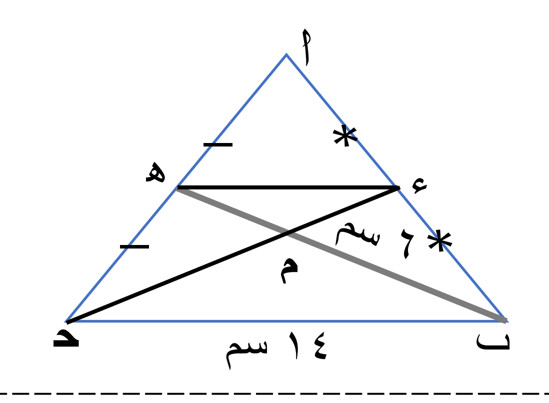
في الشكل المقابل: أب حـ مثلث فيه أء ، حـهـ

متوسطان تقاطعا في م

إذا كان : ء م = ٥ سم ، هـ م = ٦ سم فاوجد طول كل من : أ ء ، حـهـ



مثال محلول (٣):



في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث فيه $\overline{\text{جـ ء}}$ $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسطان تقاطعا في نقطة م

إذا كان ب م =٦ سم، ب جـ = ١٤ سم ، جـ ء = ١٢ سم

أوجد محيط المثلث ء م هـ

الحـــــــــــل

∵ Δ أ ب جـ فيه جـ ء ، $\overline{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسطان متقاطعان في م

∴ م نقطة تقاطع المتوسطات

∴ م ء = $\frac{١}{٣}$ جـ ء = $\frac{١}{٣}$ × ١٢ = ٤ سم

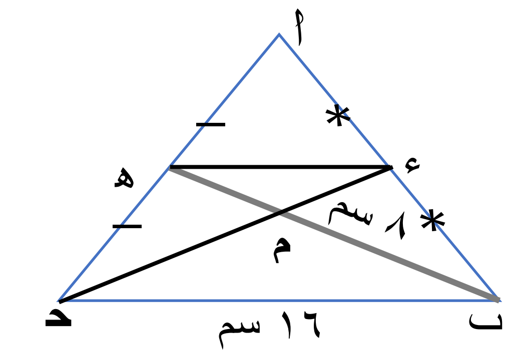
∴ هـ م = $\frac{١}{٢}$ $\overline{\text{ب م}}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٦ = ٣ سم

∵ ء ، هـ منتصفا $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$

∴ هـ ء = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٤ = ٧ سم

∴ محيط المثلث ء م هـ = ء م + م هـ + ء هـ = ٤ + ٣ + ٧ = ١٤ سم

تدريب (٣):



في الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث فيه $\overline{\text{جـ ء}}$ ، $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسطان تقاطعا في نقطة م

إذا كان ب م =٨ سم ، ب جـ = ١٦ سم ، جـ ء= ١٥ سم

أوجد محيط المثلث ء م هـ

حل تدريب (١):

م ء = $\frac{١}{٢}$ أم = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥ سم

حل تدريب (٢):

أم = ٢ م ء = ٢ × ٥ = ١٠ سم

، حـ م = ٢ م هـ = ٢ × ٦ = ١٢ سم ، حـ هـ = ١٢ + ٦ = ١٨ سم

أ ء = ١٠+٥ =١٥ سم

حل تدريب (٣):

محيط المثلث ء م هـ = مجموع أطوال أضلاعه = ٤ + ٨ + ٥ = ١٧ سم

تمارين على الدرس الأول

س١ : أكمل ما يأتي

١) متوسطات المثلث تتقاطع جميعا في ....

٢) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منهم بنسبة .... : ٢ من جهة القاعدة.

٣) عدد متوسطات المثلث القائم الزاوية هو .....

٤) إذا كان $\overline{\text{حـ ء}}$ متوسط في المثلث أ ب حـ ، م نقطة تقاطع المتوسطات فإن ء م = ... حـ ء

٥) إذا كان $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسط في المثلث أ ب حـ طوله ١٥ سم ، م نقطة تقاطع المتوسطات

فإن ب م = ... سم

س٢ : أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث س ص ع ، $\overline{\text{س هـ}}$ متوسط فيه فإن س هـ : م هـ = ...

أ) ٣ : ٢ ب) ٢ : ٣ حـ) ١ : ٣ ء) ٣ : ١

٢) عدد متوسطات المثلث المنفرج الزاوية هو ....

أ) صفر ب) ١ حـ) ٢ ء) ٣

٣) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ ، ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ فإن : أ ء = ...

أ) ٢ أ م ب) $\frac{٣}{٢}$ أ م حـ) $\frac{٢}{٣}$ م ء ء) ٢ م ء

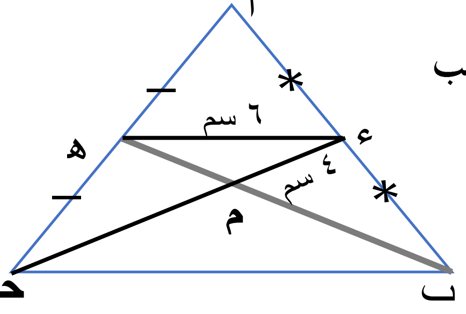


٤) إذا كانت م نقطة تقاطع متوسطات المثلث أ ب حـ ، وكان أ ء متوسط ، م ء = ٦ سم

فإن أ ء = ...سم

أ) ٢ ب) ٤ حـ) ١٢ ء) ١٨

س٣ : في الشكل المقابل:



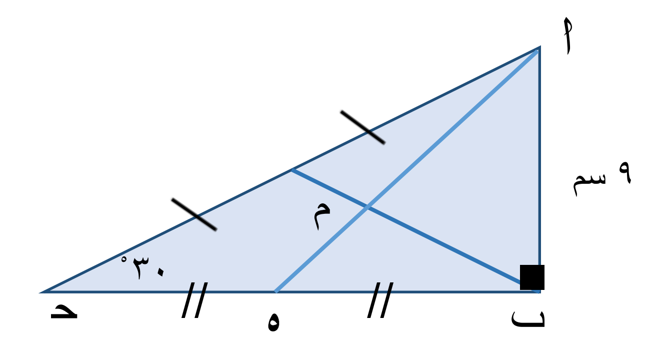
أ ب حـ مثلث فيه ء ، هـ منتصفا أ ب ، أ حـ على الترتيب

ب هـ ∩ حـ ء = {م}

، ء هـ = ٦ سم ، ب هـ = ٩ سم ، ء م = ٤ سم

أوجد محيط المثلث ب م حـ

س٤ : فى الشكل المقابل:



أكمل ما يأتي:

١) أ حـ = ...أب = ... سم
٢) ب ء = ...أحـ = ... سم
٣) م ء = ... ب ء = ... سم
٤) أم = ... أ ه

س٥ : أكمل ما يأتى :

١) طول متوسط المثلث القائم الزاوية الخارج من رأس الزاوية القائمة يساوى ......

٢) طول الوتر في المثلث الثلاثيني ستيني يساوى .... طول الضلع المقابل للزاوية ٣٠°

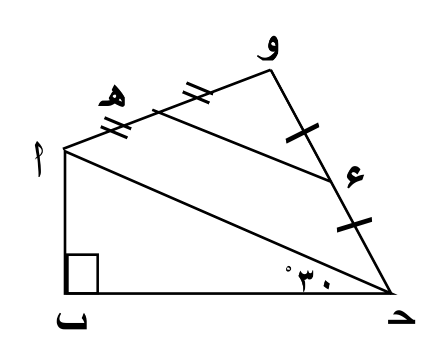
٣) فى المثلث القائم الزاوية النسبة بين طول المتوسط الخارج من رأس القائمة و طول الوتر تساوى ....

٤) أ ب حـ مثلث فيه ق(∠ أ) = ٩٠° ، أ حـ = $\frac{١}{٢}$ حـ ب فإن: ق(∠ ب) = ...°

٥) أ ب حـ مثلث فيه ق(∠ ب) = ٩٠° فإذا كان ٢ أب – أ حـ = صفر فإن ق(∠ أ) = ...°



س٦ : في الشكل المقابل:



أب حـ مثلث قائم فى ب ، ء ، هـ منتصفا وحـ ، و أ على الترتيب

ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠ْ ، ء هـ = ٥ سم

أوجد طول أ ب

حلول تمارين على الدرس الأول

١) ١) نقطة واحدة ٢) ١ ٣) ٣ ٤) $\frac{١}{٣}$ ٥) ١٠

٢) ١) ٣ : ١ ٢) ٣ ٣) ٤ ٤) $\frac{٣}{٢}$ أ م ٥) ١٨

٣) محيط المثلث ب م حـ = ب م + م حـ + ب حـ = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ سم

٤) ١) أحـ = ٢أب = ١٨ سم

٢) ب ء = $\frac{١}{٢}$ أحـ = ٩ سم

٣) م ء = $\frac{١}{٣}$ ب ء = ٣ سم

٤) أ م = $\frac{٢}{٣}$أهـ

٥) ١) نصف طول الوتر ٢) ضعف ٣) ١ : ٢ ٤) ٣٠ْ ٦)٦٠ْ

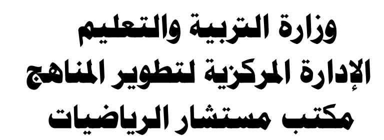
٦) ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أحـ

أحـ = ٢×٥ = ١٠ سم

أ ب = $\frac{١}{٢}$ أحـ

أ ب = ء هـ = ٥ سم





الدرس الثانى : المثلث المتساوى الساقين

ملخص الدرس:

أنواع المثلثات من حيث الأضلاع

١) مثلث مختلف الأضلاع

أب ≠ ب جـ ≠ أجـ

أ

جـ ب

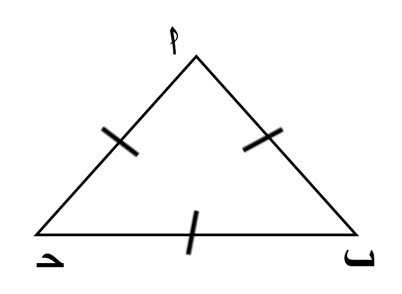


٢) مثلث متساوى الساقين

أب = ب جـ

تسمى (∠ أ) زاوية الرأس

، (∠ ب) ، (∠ جـ) زاويتا القاعدة ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ الساقين



٣) مثلث متساوى الأضلاع

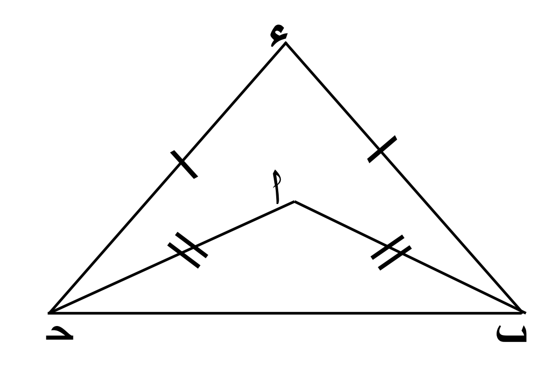
أب = أ جـ = ب جـ

ملاحظات

١) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين حادة دائما.

٢) زاوية الرأس فى المثلث المتساوى الساقين تكون (حادة أو قائمة أو منفرجة).

مثال محلول (١):



فى الشكل المقابل: حدد المثلث المتساوى الساقين

وزاويتا قاعدته

وزاوية الرأس

---------------- الحـــــــــــــــــــل ----------------------------------

المثلث أ ب حـ متساوى الساقين

(∠ أ ب حـ) ، (∠ أ حـ ب) زاويتا قاعدته

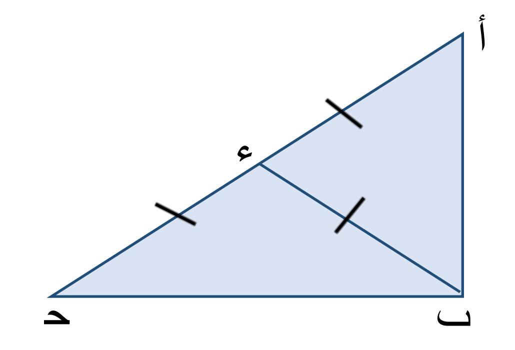
(∠ ب أحـ) زاوية الرأس

المثلث ء ب حـ متساوى الساقين

(∠ ء ب حـ) ، (∠ ء حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب ء حـ) زاوية الرأس

تدريب (١)



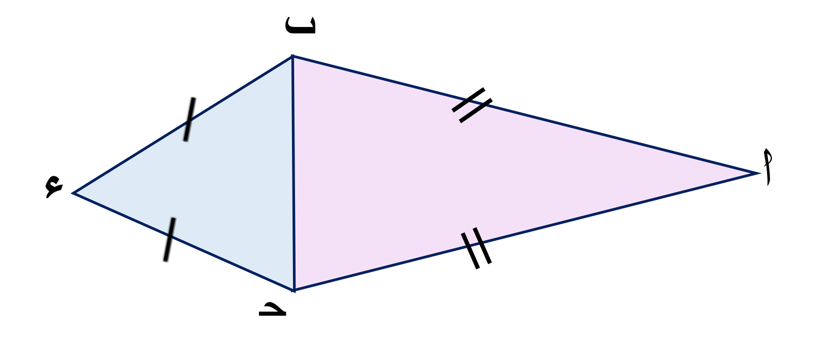
في الشكل المقابل: حدد المثلث المتساوى الساقين

وزاويتا قاعدته

وزاوية الرأس

مثال محلول (٢):

في الشكل المقابل:



حدد المثلث المتساوى الساقين

وزاويتا قاعدته

وزاوية الرأس

---------------------------------- الحـــــــــــــــــــل ----------------------------------

المثلث أ ب حـ متساوى الساقين

(∠ أ ب حـ) ، (∠ أ حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب أحـ) زاوية الرأس



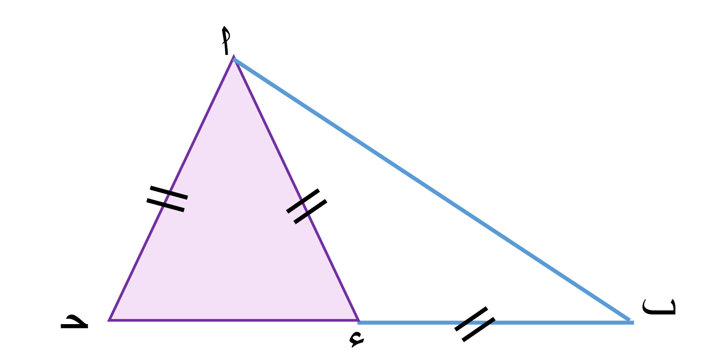
المثلث ء ب حـ متساوى الساقين

(∠ ء ب حـ) ، (∠ ء حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب ء حـ) زاوية الرأس



تدريب (٢):



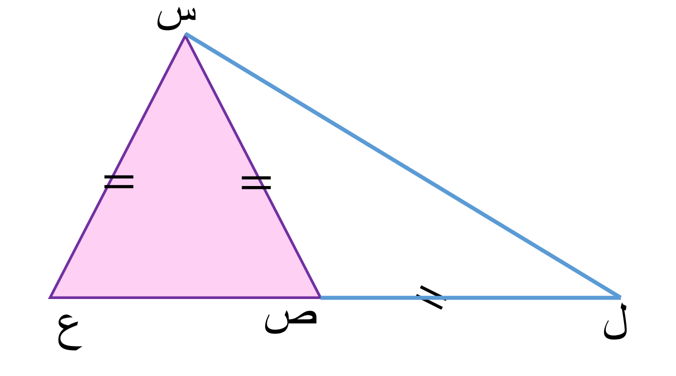
في الشكل المقابل:

حدد المثلث المتساوى الساقين

وزاويتا قاعدته

وزاوية الرأس

مثال محلول (٣):



في الشكل المقابل:

حدد المثلث المتساوى الساقين

وزاويتا قاعدته

وزاوية الرأس

الحـــــــل

المثلث س ص ع متساوى الساقين

(∠ س ص ع) ، (∠ س ع ص) زاويتا قاعدته

(∠ ص س ع) زاوية الرأس

المثلث س ص ل متساوى الساقين

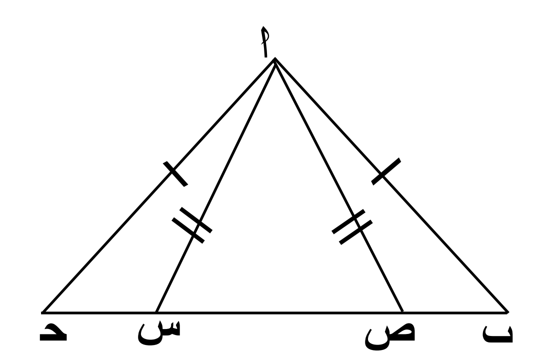
(∠ ص ل س) ، (∠ ص س ل) زاويتا قاعدته

(∠ س ص ل) زاوية الرأس



تدريب (٣):

فى الشكل المقابل:



حدد المثلث المتساوى الساقين وزاويتا قاعدته وزاوية الرأس

حل تدريب (١):

المثلث أ ب ء متساوى الساقين

(∠ ب أ ء) ، (∠ أ ب ء) زاويتا قاعدته

(∠ ب ء أ) زاوية الرأس

المثلث ء ب حـ متساوى الساقين

(∠ حـ ب ء) ، (∠ ء حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ حـ ء ب) زاوية الرأس

حل تدريب (٢):

المثلث أ ب حـ متساوى الساقين

(∠ ب أ حـ) ، (∠ أ ب حـ) زاويتا قاعدته

(∠ ب حـ أ) زاوية الرأس

المثلث ء أ حـ متساوى الساقين

(∠ أ حـ ء) ، (∠ أ ء حـ) زاويتا قاعدته

(∠ حـ أ ء) زاوية الرأس



حل تدريب (٣):

المثلث أس ص متساوى الساقين

(∠ أس ص) ، (∠ أص س) زاويتا قاعدته

(∠ ص أ س) زاوية الرأس

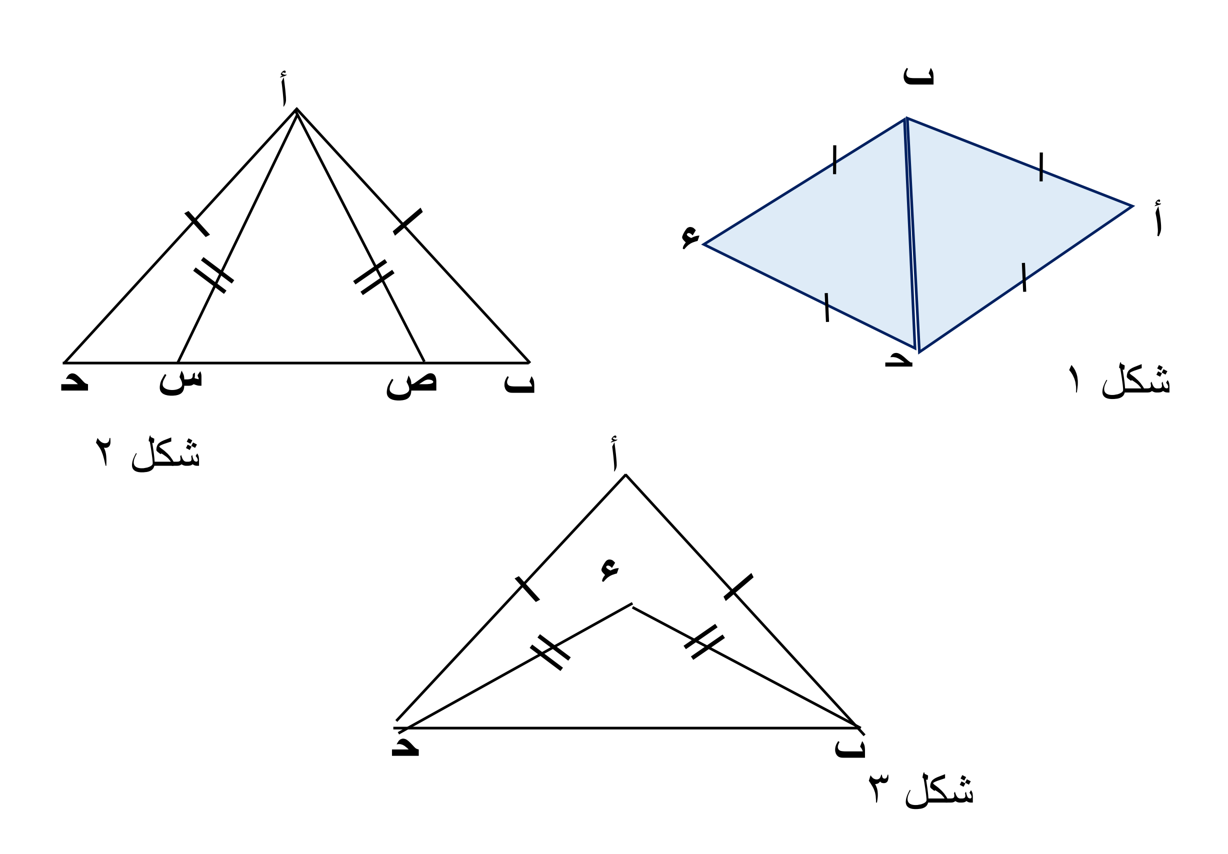
المثلث أ ب ح متساوى الساقين

(∠ ب) ، (∠ ح) زاويتا قاعدته

(∠ ب أ ح) زاوية الرأس

تمارين على الدرس الثانى

حدد المثلث المتساوى الساقين وزاويتا قاعدته وزاوية الرأس فى كل مما يأتى:





حلول تمارين على الدرس الثانى

١) المثلث أب حـ متساوى الساقين

(∠ اب حـ) ، (∠ أ حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب أ حـ) زاوية الرأس

المثلث ء ب حـ متساوى الساقين

(∠حـب ء) ، (∠ ء حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب ء حـ) زاوية الرأس

٢) المثلث أب حـ متساوى الساقين

(∠ اب حـ) ، (∠ أ حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب أ حـ) زاوية الرأس

المثلث أ س ص متساوى الساقين

(∠ أ س ص) ، (∠ أ ص س) زاويتا قاعدته

(س أ ص) زاوية الرأس

٣) المثلث أب حـ متساوى الساقين

(∠ اب حـ) ، (∠ أ حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب أ حـ) زاوية الرأس

المثلث ء ب حـ متساوى الساقين

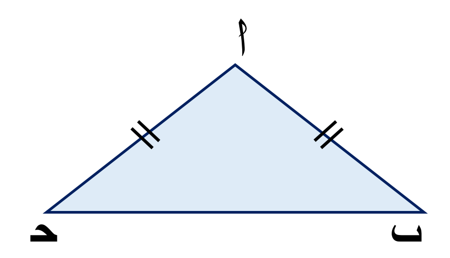
(∠ حـب ء) ، (∠ ء حـ ب) زاويتا قاعدته

(∠ ب ء حـ) زاوية الرأس

الدرس الثالث: نظريات المثلث المتساوى الساقين

ملخص الدرس:

١) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين متطابقتان



فى الشكل المقابل:

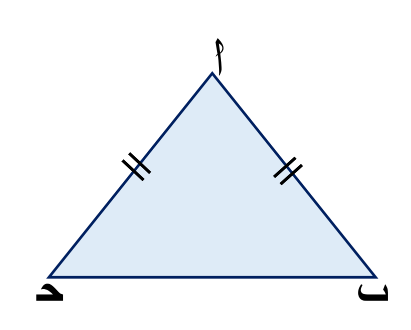
المثلث أ ب حـ فيه

∵ أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

٢) نتيجة:

إذا كان المثلث متساوى الأضلاع فإن زواياه الثلاثة تكون متطابقة وقياس كل منها ٦٠ ˚



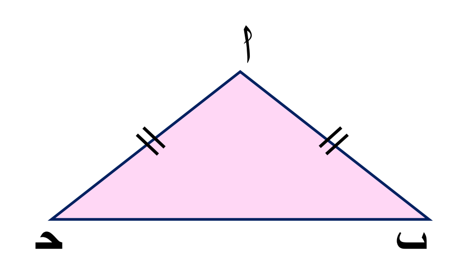
فى الشكل المقابل

المثلث أ ب حـ فيه

أب = أ حـ = ب حـ

فيكون ق(∠ أ) = ق(∠ ب) = ق(∠ حـ) = ٦٠ ˚

٣) إذا تطابقت زاويتان فى مثلث فإن الضلعين المقابلين لهاتين الزاويتين يكونان متطابقين ويكون المثلث متساوى الساقين.



فى الشكل المقابل

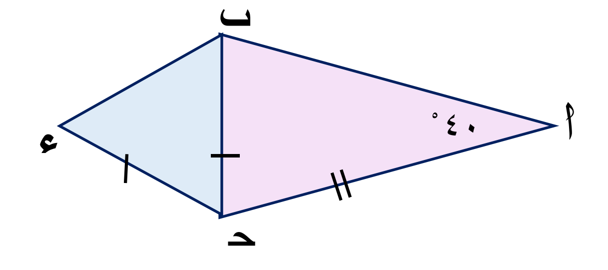
المثلث أ ب حـ فيه

ق(∠ ب) = ق(∠ حـ)

فيكون أب = أ حـ

٣) نتيجة: إذا تطابقت زوايا مثلث فإنه يكون متساوى الأضلاع

مثال محلول (١):



في الشكل المقابل

أب = أ حـ ، ب حـ = ب ء = حـ ء

، ق(∠ أ) = ٤٠°

أوجد ق(∠ أ ب ء)

الحــــــــل

المثلث أ ب حـ فيه أ ب = أ حـ

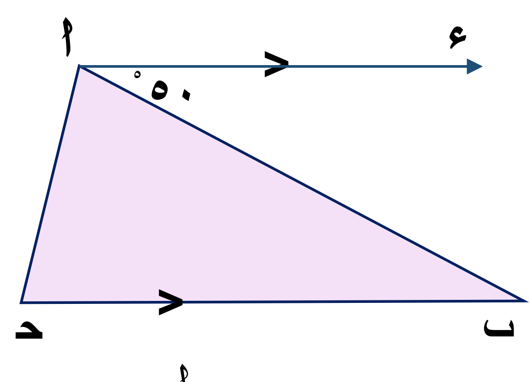
∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = (١٨٠° – ٤٠°) ÷ ٢ = ٧٠°

المثلث ب حـ ء فيه ء ب = ب حـ = ء حـ (المثلث متساوي الأضلاع)

∴ زوايا المثلث ب حـ ء متساوية = ٦٠°

∴ ق (∠ أ ب ء) = ق (∠ أ ب حـ) + ق (∠حـ ب ء) = ٧٠° + ٦٠° = ١٣٠°

تدريب (١)



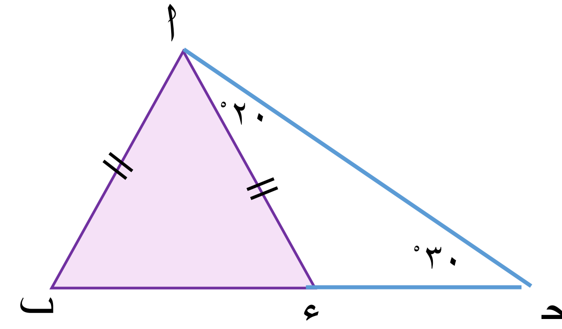
في الشكل المقابل

أب = ب حـ ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$

، ق(∠ب أ ء) = ٥٠°

أوجد ق(∠حـ)

مثال محلول (٢):



في الشكل المقابل أء = أ حـ

، ق(∠ب أ حـ) = ٢٠° ، ق(∠ب) = ٣٠°

أوجد ق(∠ حـ أ ء)

------------------------------------ الحـــــــــــــــــــل ------------------------------------

∵ (∠ أ حـ ء) خارجة عن المثلث أ ب حـ

∴ ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ ب) + ق (∠ ب أ حـ) = ٣٠° + ٢٠° = ٥٠°

(قياس الزاوية الخارجة = مجموع قياس الزاويتين الداخلتين ما عدا المجاورة لها)

∵ المثلث أ حـ ء فيه أ حـ = أ ء

∴ ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ ء) = ٥٠°

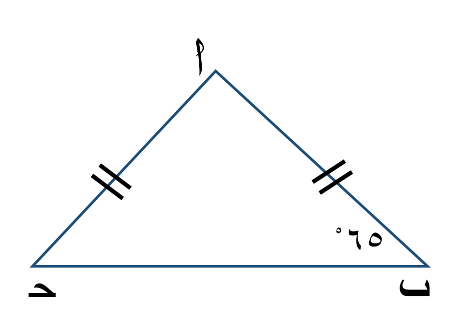
∴ ق (∠ حـ أ ء) = ١٨٠° − (٥٠° + ٥٠°) = ٨٠°

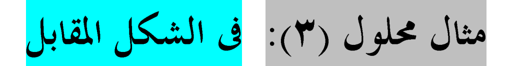
تدريب (٢): في الشكل المقابل

أ ب = أ حـ

، ق(∠ ب) = ٦٥°

أوجد ق(∠ أ)



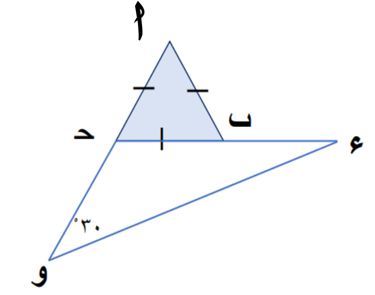


مثال محلول (٣): في الشكل المقابل

المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع

، ق(∠ و) = ٣٠°

أثبت أن: المثلث ء حـ و متساوى الساقين



------------------------------ الحـــــــــــــــــــل ------------------------------

∵ المثلث أ ب حـ متساوى الأضلاع

∴ المثلث أ ب حـ زواياه متساوية = ٦٠°

∵ ∠ ء حـ و خارجة عن المثلث أ ب حـ

∴ ق (∠ ء حـ و) = ٦٠ + ٦٠ = ١٢٠°

∴ ق (∠ ء) = ١٨٠ − (١٢٠ + ٣٠) = ٣٠°

∴ ق (∠ ء) = ق (∠ و)

∴ المثلث ء حـ و متساوى الساقين



تدريب (٣):

فى الشكل المقابل

$\overline{أب}$ = أ حـ

$\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

أثبت أن: المثلث أس ص متساوى الساقين

حل تدريب (١):

∵ $\overleftrightarrow{ءأ}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$

∴ ق (∠ ء أ ب) = ق (∠ ب) = ٥٠° (بالتبادل)

∵ المثلث أ ب حـ فيه

أ ب = حـ ب

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ق (∠ حـ) = (١٨٠° − ٥٠°) ÷ ٢ = ٦٥°

حل تدريب (٢): ق(∠ أ) = ١٨٠ − (٦٥ + ٦٥) = ٥٠°

حل تدريب (٣):

المثلث أ ب حـ فيه أ ب = أ حـ

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ)

∵ $\overline{س ص}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ ق (∠ أ س ص) = ق (∠ ب) بالتناظر

ق (∠ أ ص س) = ق (∠ حـ) بالتناظر

∴ ق (∠ أ س ص) = ق (∠ أ ص س)

∴ المثلث أ س ص متساوى الساقين



تمارين على الدرس الثالث :

١) أختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوي الأضلاع =.....

أ) ٣٠° ب) ١٨٠° ح) ١٢٠° ء) ٩٠°

٢) س ص ع مثلث فيه س ص = ص ع , ق (∠ س) = ٥٥° فإن ق (∠ ص) =........

أ) ٥٥° ب) ١١٠° ح) ٣٠° ء) ٧٠°

٣) المثلث س ص ع متساوي الساقين فيه ق (∠ س) = ١٠٠° فإن ق (∠ ع) =.....

أ) ١٠٠° ب) ٤٠° ح) ٨٠° ء) ٢٠°

٤) س ص ع مثلث فيه : س ص = ص ع فإن الزاوية الخارجة عند الرأس ع تكون........

أ) حادة ب) قائمة ح) منفرجة ء) مستقيمة

٢) أكمل ما يأتي:

١) أ ب ح مثلث قيه أ ح = أ ب , ق (∠ أ) = ٦٠°

فإذا كان محيطه ١٥ سم فإن ب ح = ... سم

٢) إذا كان إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية = ٤٥° كان المثلث ....

٣) إذا كان أ ب ح مثلث قيه أ ح = ح ب ، ق (∠ ح) = ق (∠ أ)

فإن ق (∠ ب) = ...°

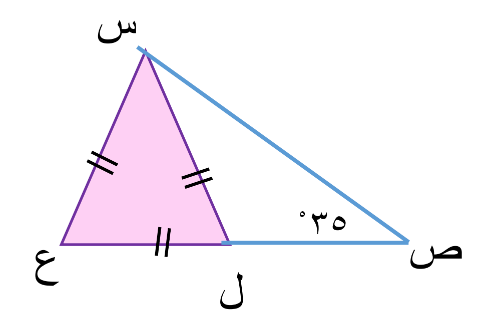
٤) إذا كان أ ب ح مثلث فيه ق(∠ أ) = ٥٠°، ق (∠ ب) = ٨٠° كان المثلث........

٣) فى الشكل المقابل:

س ص = س ع = ل ص

ق (∠ ل) = ٣٥°

أوجد : ق (∠ ص س ع)



حلول تمارين على الدرس الثالث:

١) **١)** ١٢٠ **٢)** ٧٠° **٣)** ٤٠° **٤)** منفرجة

٢) **١)** ٥ **٢)** متساوى الساقين **٣)** ٦٠° **٤)** متساوى الساقين

٣) ق (∠ ص س ع) = ق (∠ ل س ص) + ق (∠ ل س ع) = ٢٥° + ٦٠° = ٨٥°



الدرس الرابع : نتائج المثلث المتساوى الساقين

ملخص الدرس:

نتيجة (١)

متوسط المثلث المتساوي الساقين المرسوم من الرأس ينصف زاوية الرأس ويكون عموديا علي القاعدة

نتيجة (٢)

منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوى الساقين ينصف القاعدة ويكون عموديا عليها

نتيجة (٣)

المستقيم المرسوم من رأس مثلث متساوى الساقين عموديا على القاعدة ينصف كل من القاعدة وزاوية الرأس

محور تماثل القطعة المستقيمة

هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

خاصية هامة

أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقية تكون على بعدين متساويين من طرفيها.

محور تماثل المثلث المتساوى الساقين

المثلث المتساوى الساقين له محور تماثل واحد هو المستقيم المرسوم من الرأس عموديا على القاعدة

مثال محلول (١): أكمل ما يأتى:

١) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع يساوى.......

٢) متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس ينصف......

٣) محور تماثل القطعة المستقيمة هو........

٤) أ ب ح مثلث ،ق(∠ أ) = ٤٠° ، ق(∠ ب) =١٠٠° فإن عدد محاور تماثله هو.......

٥) المثلث أ ب ح فيه أب =أ ح ، $\overline{\text{أء}}$ متوسط

إذا كان ق(∠ ب أ ح) = ١٠٠° فإن ق(∠ ب أ ء) =.........°

الحــــــــــــــــــل

١) ٣ ٢) ينصف زاوية الرأس ٣) المستقيم العمودى عليها من منتصفها
٤) واحد ٥) ٥٠ ْ

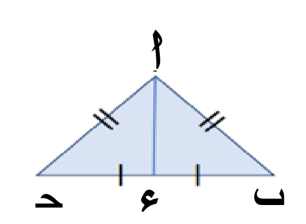
تدريب (١): أكمل ما يأتى:

١) أي نقطة على محور تماثل قطعة مستقيه تكون على بعدين ...... من طرفيها.

٢) منصف زاوية الرأس في المثلث المتساوي الساقين ينصف ....

٣) إذا كان قياس إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية هو ٤٥ ْ فإن عدد محاور تماثله هو......

مثال محلول (٢): في الشكل المقابل:



إذا كان أ ب حـ مثلث ، أب = أحـ ،
، أء متوسط ، ق(∠ ب أ ء) = ٢٥ ْ
أوجد ق(∠ حـ)

الحــــــــــــــــــل

∵ المثلث أ ب حـ فيه أب = أحـ ،
، أء متوسط ، ق(∠ ب أ ء) = ٢٥ ْ
∴ أء ⊥ ب حـ
، أء ينصف (∠ ب أ حـ)
∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ أ ء) = ٢٥ ْ
∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٥٠ ْ
∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = (١٨٠ ْ – ٥٠ ْ) ÷ ٢ = ٦٥ ْ

تدريب (٢): في الشكل المقابل:

إذا كان أ ب حـ مثلث ، أب = أحـ ،
، أء متوسط ، ق(∠ حـ أ ء) = ٤٠ ْ
أوجد : ق(∠ ب)

مثال محلول (٣):

في الشكل المقابل:

أب = أحـ ،

، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، ق(∠ حـ أ ء) = ٣٥°

ب حـ = ٤ سم أوجد : ق(∠ ب) وطول $\overline{\text{ب ء}}$

--------------------------------- الحـــــــــل ---------------------------------

∵ المثلث أ ب حـ فيه أب = أحـ ،

$\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ب ء = ٢ سم

∴ $\overline{\text{أء}}$ ينصف (∠ ب أ حـ)

∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ أ ء) = ٣٥°

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٧٠°

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = (١٨٠° − ٧٠°) ÷ ٢ = ٥٥°

تدريب (٣):

في الشكل المقابل:

أب = أحـ ،

، $\overline{\text{أء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$ ، ق(∠ ب أء) = ٤٠°

أوجد ق(∠ حـ)

حل تدريب (١):

١) متساوين ٢) القاعدة ٣) واحد



حل تدريب (٢):

∵ المثلث أ ب حـ فيه أب = أحـ ،

، $\overline{أ ء}$ متوسط ، ق(∠ حـ أ ء) = ٤٠°

∴ $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

، $\overline{أ ء}$ ينصف (∠ ب أ حـ)

∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠°

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = (١٨٠° − ٨٠°) ÷ ٢ = ٥٠°

حل تدريب (٣):

∵ المثلث $\overline{أ ب حـ}$ فيه أب = أحـ ،

$\overline{أ ء}$ ⊥ ب حـ

∴ $\overline{أ ء}$ ينصف (∠ ب أ حـ)

∴ ق (∠ ب أ ء) = ق (∠ حـ أ ء) = ٤٠°

∴ ق (∠ ب أ حـ) = ٨٠°

∴ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) = (١٨٠° −٨٠°) ÷ ٢ = ٤٠°

تمارين على الدرس الرابع:

في الشكل المقابل:

إذا كان أ ب حـ مثلث فيه أ ب = أ حـ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

ق (< ب أ ء) = ٣٠° ، ب حـ = ١٠ سم

أوجد طول $\overline{\text{ء ب}}$ ، ق (< حـ أ ء)

أوجد مساحة المثلث أ ب حـ

حلول تمارين على الدرس الرابع:

∵ أ ب حـ مثلث فيه أ ب = أ حـ ، $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

∴ ء منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ب ء = حـ ء = ٥ سم

∵ ق (< ب أ ء) = ٣٠°

∴ أ ب = ٢ ب ء

= ٢ × ٥ = ١٠ سم

∵ أ ء ب مثلث قائم الزاوية فى ء

∴ أ ء = $\sqrt{(\text{أ ب})^{2} - (\text{أ ء})^{2}}$

= $\sqrt{(١٠)^{2} - (٥)^{2}}$ = ٥ $\sqrt{٣}$ سم

مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ × ٥ $\sqrt{٣}$

تدريبات عامة على الوحدة الرابعة

س١ : أكمل ما يأتي:

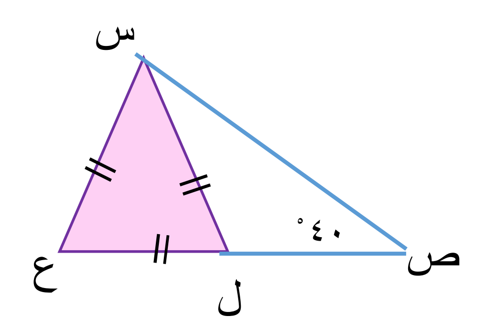
١) إذا كان حـ ء متوسط في المثلث أ ب حـ طوله ٩ سم ، م نقطة تقاطع المتوسطات فإن ء م = ... حـ ء

٢) إذا كان إحدى زوايا مثلث قائم الزاوية = ٤٥° كان المثلث ....

٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها من جهة القاعدة بنسبة ....

٤) زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين ....

٥) المثلث س ص ع متساوي الساقين فيه ق (∠ س) = ٨٠° ، فإن ق (∠ ع) =.....

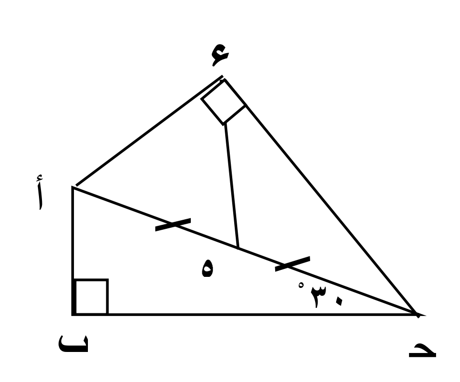


٢) في الشكل المقابل:

س ص = س ع = ل ص

ق (∠ ص) = ٤٠°

أوجد : ق (∠ ص س ع)



س٣ : في الشكل المقابل:

ق(∠ أ ب حـ) = ق(∠ أ ء حـ) = ٩٠°

، ق (∠ أ حـ ب) = ٣٠° ، هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

أثبت أن:

أ ب = ء هـ





حلول تدريبات عامة على الوحدة الرابعة

(١

١) $\frac{١}{٢}$ ٢) متساوى الساقينْ ٣) ١ : ٢ ٤) متساويتين فى القياس

٥) ٥٠ °

٢) ق (∠ ص س ع) = ق (∠ ل س ص) + ق (∠ ل س ع) = ٢٠° + ٦٠° = ٨٠°

٣) ∵ Δ أ حـ ب قائم الزاوية فى ب ، ق(∠ أ حـ ب) = ٣٠°

∴ أ ب = $\frac{١}{٢}$ أ حـ (١

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ متوسط في المثلث أ ء حـ

∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ أ حـ (٢

من ١) ، ٢) ∴ أ ب = ء هـ



إختبار على الوحدة الرابعة

س١ : أكمل ما يأتي:

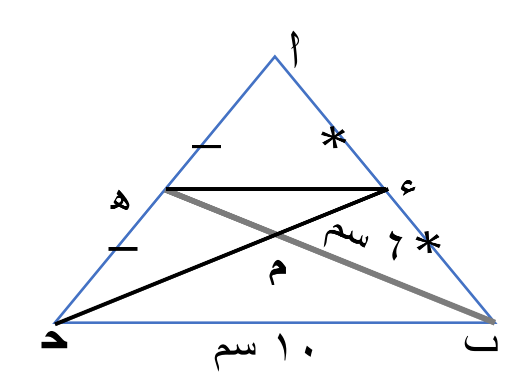
١) س ص ع مثلث فيه س ص = ص ع , ق (∠ س) = ٧٠° فإن ق (∠ ص) =........

٢) متوسط المثلث المتساوى الساقين المرسوم من الرأس ينصف......

٣) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الاضلاع = ...

٤) المستقيم العمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى ....

٥) المثلث الذى له ثلاثة محاور تماثل هو مثلث ....



٢) في الشكل المقابل:

أب حـ مثلث فيه حـ ء ، بـ هـ متوسطان تقاطعا في نقطة م

إذا كان بـ م =٦ سم ، بـ حـ = ١٠ سم ، حـ ء= ١٢ سم

أوجد محيط المثلث ء م ه

٣) أب حـ مثلث فيه ء ∈ أ ب ، هـ ∈ ب حـ بحيث كان : ب ء = ب هـ ،

فاذا كان : ء هـ // أ حـ

أثبت أن : أب = ب حـ

حلول إختبار الوحدة الرابعة

١)

١) ٥٥° ٢) القاعدة ٣) ١٢٠ ٤) محور التماثل ٥) متساوى الاضلاع

٢) محيط المثلث ء م هـ = ٣ + ٤+٥ = ١٢ سم

٣) بء = ب هـ

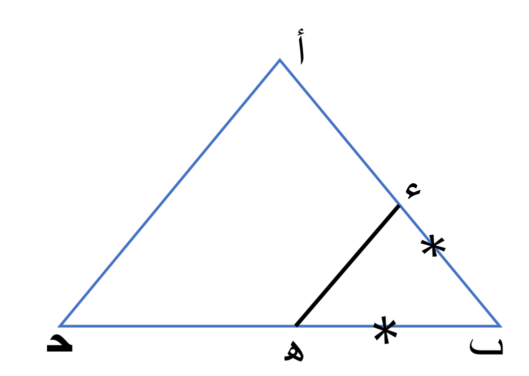
∴ ق (∠ بء هـ) = ق (∠ ب هـ ء)

، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{أحـ}}$

∴ ق (∠ بء هـ) = ق (∠ ب أ ء) (١)

ق (∠ ب هـ ء) = ق(∠ ب حـ أ) (٢)

من ١ ، ٢ أب = ب حـ





الوحدة الخامسة: التباين

الفهرس :

الدرس الأول (التباين)

ملخص الدرس: مسلمات التباين

لأى ٤ أعداد حقيقية س ، ص ، ع ، ل

١) إذا كان س > ص فإن س + ع > ص + ع

٢) إذا كان س > ص فإن س - ع > ص - ع

٣) إذا كان س > ص ، ع عدد موجب فإن س ع > ص ع

٤) إذا كان س > ص ، ع عدد سالب فإن س ع < ص ع

٥) إذا كان س > ص ، ص > ع فإن س > ع

٦) إذا كان س > ص ، ع > ل فإن س + ع > ص + ل

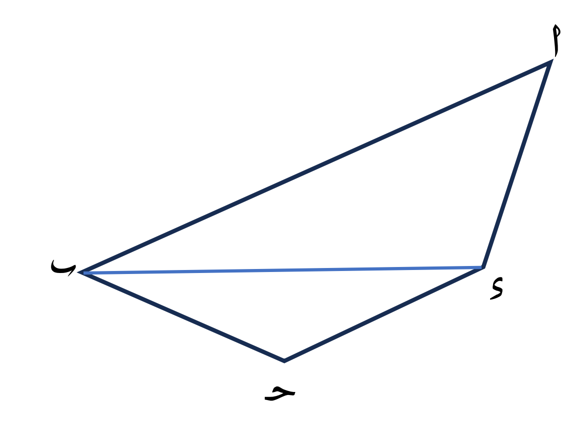
تذكر أن : قياس أى زاوية خارجة عن المثلث أكبر من قياس أى زاوية داخلة ما عدا المجاورة لها .

مثال محلول (١): فى الشكل المقابل:

إذا كان ق(∠أ ء ب) > ق(∠أ ب ء)

، ق(∠ب ء حـ) = ق(∠حـ ب ء)

أثبت أن : ق(∠أ ء حـ) > ق (∠أ ب حـ)



------------------------------------ الحـــــل ------------------------------------

∵ ق(∠أ ء ب) > ق(∠أ ب ء) (١)

∵ ق(∠ب ء حـ) = ق(∠حـ ب ء) (٢)

بجمع ١ ، ٢ ∴ ق(∠أ ء ب) + ق(∠ب ء حـ) > ق(∠أ ب ء) + ق(∠حـ ب ء)

∴ ق(∠أ ء حـ) > ق (∠أ ب حـ)

تدريب (١):

في الشكل المقابل:

إذا كان ق (∠ ء ب حـ) > ق (∠ ء حـ ب) ، أب = أحـ

أثبت أن: ق (∠ أ ب ء) > ق (∠ أ حـ ء)

مثال محلول (٢):

في الشكل المقابل:

إذا كانت أ ب > حـ ء

أثبت أن: أ حـ > ب ء

------------------------------------ الحـــــل ------------------------------------

∵ أ ب > حـ ء (معطى) بإضافة ب حـ للطرفين ∴ أ ب + ب حـ > حـ ء + ب حـ ∴ أ حـ > ب ء

تدريب (٢): اكمل بوضع (> أو <)

في الشكل المقابل: إذا كانت حـ ء > أ ب

فإن: أ حـ .... ب ء

حل تدريب(١):

∵ أب = أحـ

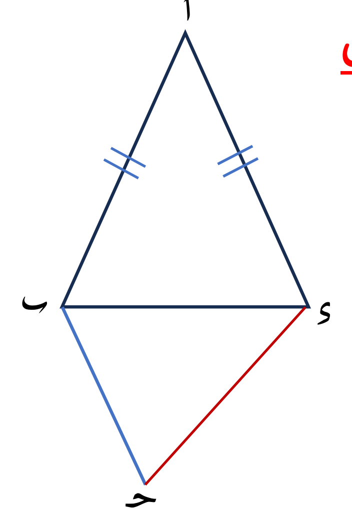
∴ ق(∠ أ ب حـ) = ق (∠ أ حـ ب) ← (١)

∵ ق (∠ ء ب حـ) > ق(∠ ء حـ ب) معطى ← (٢)

∴ من ١) ، ٢) بالطرح ∴ ق (∠ أ ب ء) > ق (∠ أ حـ ء)

حل تدريب (٢): <

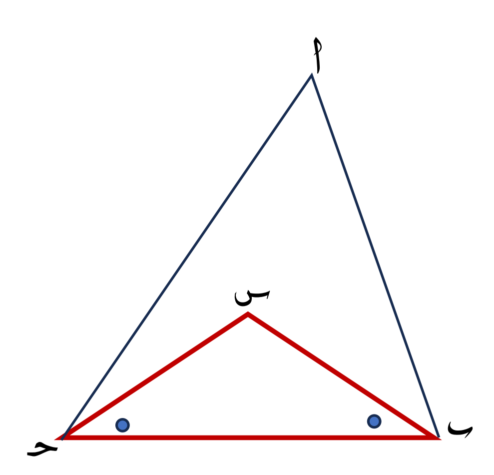
تمارين على الدرس الأول



(١): فى الشكل المقابل: أب = أء

ق (∠ ء ب حـ) > ق(∠ حـ ء ب)

فإن ق (∠ أ ب حـ) .... ق(∠ أ ء حـ)



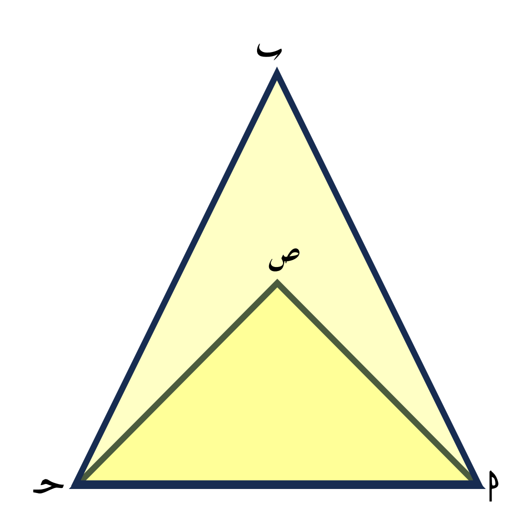
(٢) فى الشكل المقابل :

ق (∠ س ب حـ) = ق(∠ س حـ ب)

ق (∠ م ب حـ) > ق(∠ م حـ ب)

برهن أن :

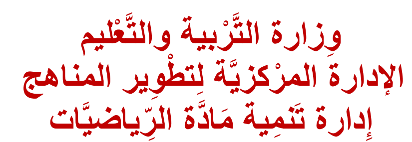
ق (∠ م ب س) > ق(∠ م حـ س)



(٣) فى الشكل المقال :

م ص = ص حـ ، ق(∠ ب م ص) > ق(∠ ب حـ ص)

أثبت أن ق (∠ ب م حـ) > ق(∠ ب حـ م)





حل تمارين على الدرس الثانى

(١) الحل

ق (∠ أ ب ح) > ق(∠ أ ء ح)

(٢) ∴ ق(∠س ب ح) = ق(∠ س ح ب) ← (١)

∵ ق (∠ أ ب ح) > ق(∠ أ ح ب) معطى ← (٢)

∴ من ١) ، ٢) بالطرح ∴ ق (∠ أ ب س) > ق(∠ أ ح س)

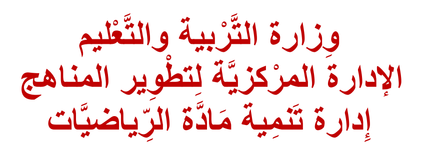
(٣) ∵ أص = ب ح

∴ ق(∠ ص أ ح) = ق (∠ ص ح أ) ← (١)

∵ ق(∠ ب أ ص) > ق(∠ ب ح ص) معطى ← (٢)

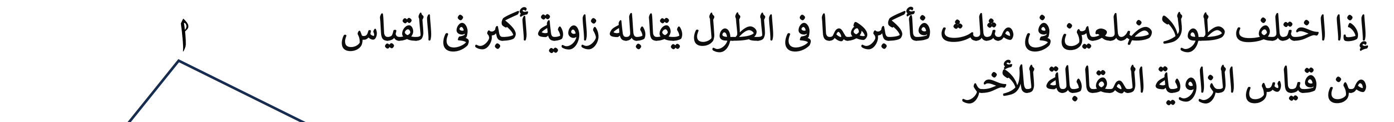
∴ من ١) ، ٢) بالجمع ∴ ق (∠ ب أ ح) > ق (∠ ب ح أ)





الدرس الثانى(المقارنة بين قياسات الزوايا فى المثلث)

ملخص الدرس



إذا اختلف طولا ضلعين فى مثلث فأكبرهما فى الطول يقابله زاوية أكبر فى القياس من قياس الزاوية المقابلة للأخر

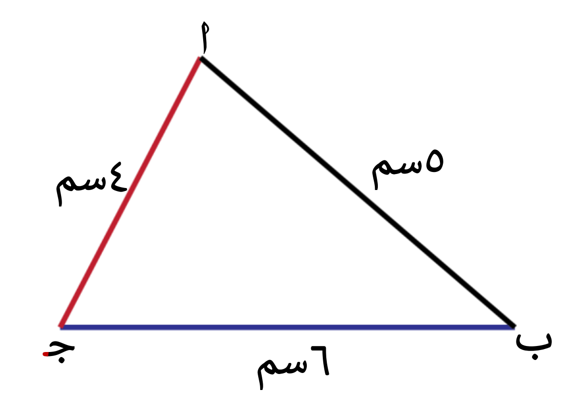
∵ اب > اج ∴ ق(∠ ج) > ق(∠ ب)

ملاحظة:

١) أكبر زوايا المثلث في القياس يقابلها أكبر أضلاع المثلث طولا وقياسها أكبر من ٦٠°

٢) أصغر زوايا المثلث في القياس يقابلها أصغر أضلاع المثلث طولا وقياسها أقل من ٦٠°

مثال محلول (١) مستعينا بالشكل المقابل أكمل بإستخدام (< أو >)



(١) ق(∠أ) .... ق(∠ب)

(٢) ق(∠جـ) .... ق(∠ب)

(٣) ق(∠جـ) .... ق(∠أ)

الحل : (١) > (٢) > (٣) <

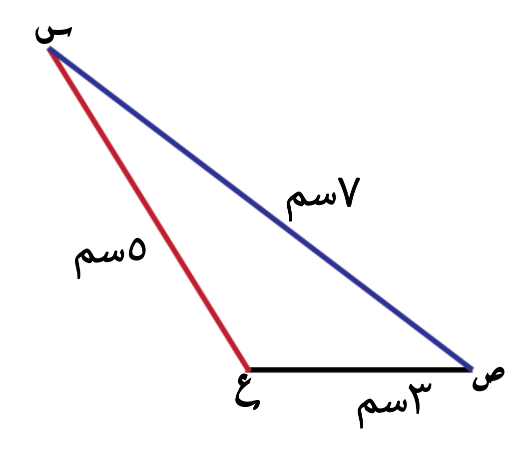
تدريب (١) مستعينا بالشكل المقابل أكمل بإستخدام (< أو >)



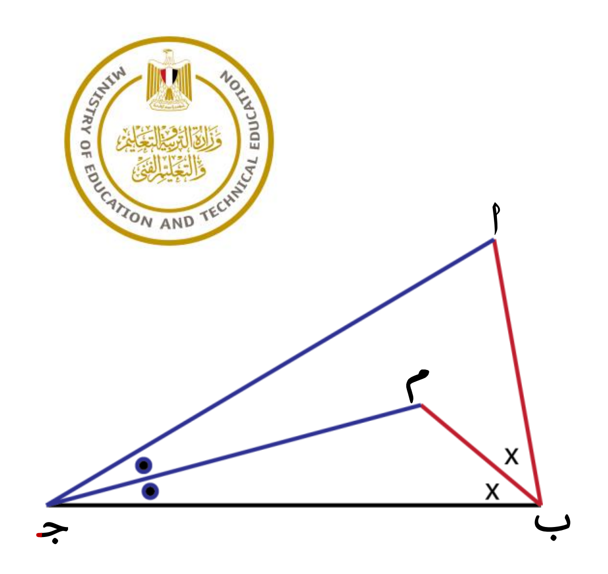
(١) ق(∠س) .... ق(∠ع)

(٢) ق(∠س) .... ق(∠ص)

(٣) ق(∠ع) .... ق(∠ص)



الحل : (١) < (٢) < (٣) >



مثال محلول (٢) فى الشكل المقابل:

أب جـ مثلث ب م ينصف ∠ (أ ب جـ) ،
جـ م ينصف ∠ (أ جـ ب) ، م جـ < م ب
برهن أن : ق(∠ أ ب جـ) < ق(∠ أ جـ ب)

الحل :

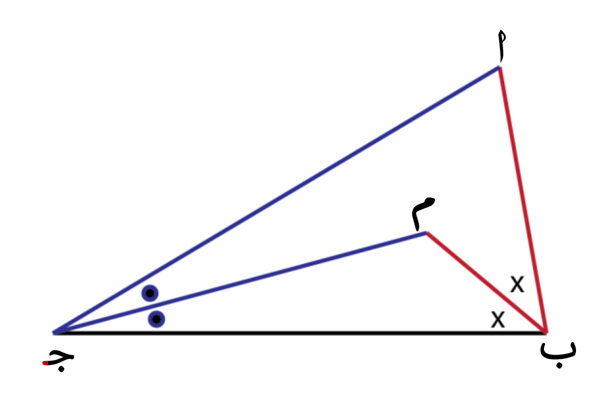
∵ م جـ < م ب ∴ ق(∠ م ب جـ) < ق(∠ م جـ ب) ←(١)

∵ ب م ينصف ∠ (أ ب جـ) ∴ ق(∠ م ب جـ) = ½ ق(∠ أ ب جـ) ←(٢)

∵ جـ م ينصف ∠ (أ جـ ب) ∴ ق(∠ م جـ ب) = ½ ق(∠ أ جـ ب) ←(٣)

من ١، ٢، ٣ ∴ ½ ق(∠ أ ب جـ) < ½ ق(∠ أ جـ ب)

∴ ق(∠ أ ب جـ) < ق(∠ أ جـ ب)



تدريب (٢) فى الشكل المقابل:

اب جـ مثلث ب م ينصف ∠ (ا ب جـ) ،
جـ م ينصف ∠ (ا جـ ب) ، أ جـ < أ ب
برهن أن : ق(∠ م ب جـ) < ق(∠ م جـ ب)

حل تدريب ٢

∵ أ جـ < أ ب ∴ ق(∠ أ ب جـ) < ق(∠ أ جـ ب) ←(١)

∵ ب م ينصف ∠ (ا ب جـ) ∴ ق(∠ م ب جـ) = ½ ق(∠ أ ب جـ) ←(٢)

∵ جـ م ينصف ∠ (ا جـ ب) ∴ ق(∠ م جـ ب) = ½ ق(∠ ا جـ ب) ←(٣)

من ١، ٢، ٣ ∴ ½ ق(∠ أ ب جـ) < ½ ق(∠ ا جـ ب)

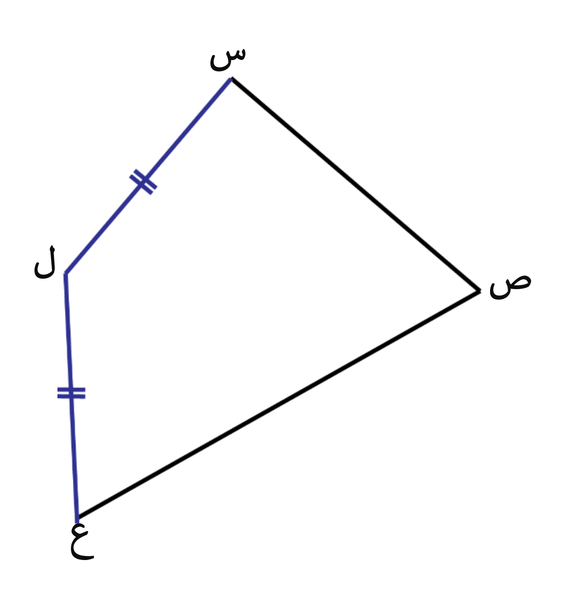
∴ ق(∠ م ب جـ) < ق(∠ م جـ ب)

تمارين على الدرس الثانى

السؤال الأول : في الشكل المقابل:

ل س = ل ع ، ص ع > ص س

برهن أن : ق(∠ ص س ل) > ق(∠ ص ع ل)



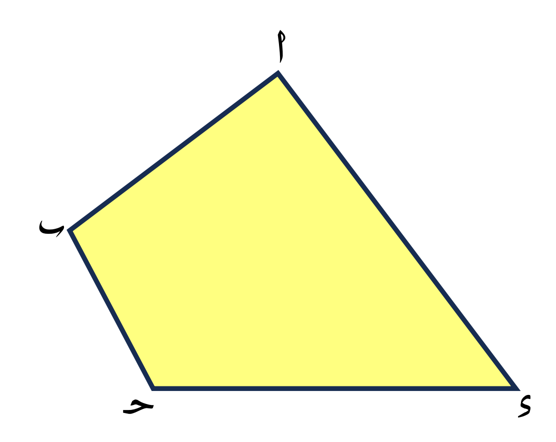
السؤال الثانى :

Δ أ ب ج فية أب=١٠ سم ، ب ج =٨سم ، أ ج=٦سم رتب قياسات زوايا المثلث تنازليا

السؤال الثالث : : فى الشكل المقابل :

أء > أب ، حء > حب

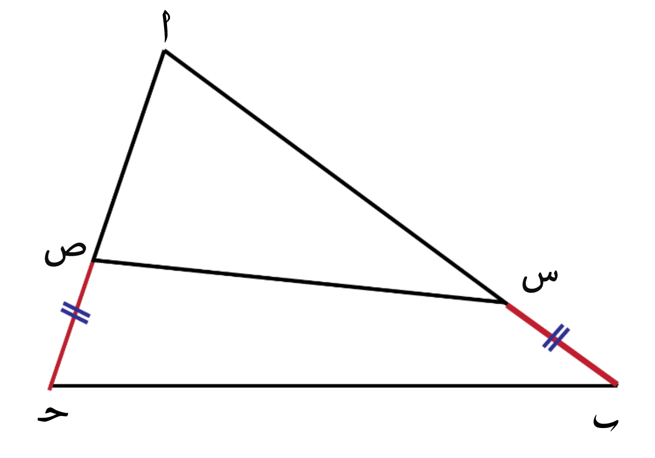
برهن أن : ق(∠ أ ب ح) > ق(∠أ ء ح)



السؤال الرابع: في الشكل المقابل:

أب > أح ، س ب = ص ح

أثبت أن ق(∠ أص س) > ق(∠ أس ص)



السؤال الخامس: أكمل مايأتى:

(١) أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولاً هو ......

(٢) مثلث ٢ ب حـ فيه ق(∠ ٢ حـ ب) = ١٢٠° فإن أطول أضلاع المثلث هو .....

(٣) مثلث س ص ع فيه : ق(∠س) > ق(∠ص) ، ق(∠ع) > ق(∠س)

فإن أطول أضلاع المثلث هو .....

(٤) مثلث ٢ ب حـ فيه: ق(∠ب)= ق(∠٢) + ق(∠ حـ) فإن أكبر الأضلاع طولاً هو ....

(٥) مثلث ٢ ب حـ فيه: ق(∠ ٢ ب حـ) = ٩٠° فإن أطول أضلاع المثلث هو .....

(٦)) إذا كان س ص ع مثلث فيه س ص = ٧ سم ، س ع = ٥ سم ، س ع = ٦ سم

فإن أكبر زوايا المثلث في القياس هي......



إجابة تمارين على الدرس الثانى

(١) نرسم $\overline{\text{س ع}}$

∵ Δ س ل ع فيه ل س = ل ع

∴ ق(∠ل س ع) = ق(∠ل ع س) ← (١)

∵ Δ ص س ع فيه ص ع > س ص ∴ ق(∠ص س ع) > ق(∠س ع ص) ← (٢)

من ١، ٢ بالجمع ∴ ق(∠ص س ل) > ق(∠ص ع ل)

(٢) ق(∠ حـ) ، ق(∠ أ) ، ق(∠ ب)

(٣) نرسم $\overline{\text{ب د}}$

∵ أ د < أ ب ∴ ق(∠ أ ب د) < ق(∠ أ د ب) ←(١)

∵ حـ د < حـ ب ∴ ق(∠ حـ ب د) < ق(∠ حـ د ب) ←(٢)

∴ ق(∠ أ ب د) + ق(∠ حـ ب د) < ق(∠ أ د ب) + ق(∠ حـ د ب)

∴ ق(∠ أ ب حـ) < ق(∠أ د حـ)

(٤)

∵ أب > أحـ (١) س ب = ص حـ (٢

من ١) ،٢) بالطرح ∴ أس > أص

∴ ق(∠ أص س) > ق(∠ أس ص)

(٥)

(١) الوتر (٢) أ ب (٣) ع ص (٤) أ حـ (٥) أ حـ (٦) ∠ ع



الدرس الثالث(المقارنة بين أطوال الاضلاع فى المثلث)

ملخص الدرس

إذا اختلفا قياسا زاويتين فى مثلث فأكبرهما فى القياس يقابله ضلع أكبر فى الطول من الذى يقابل الزاوية الأخرى

∵ ق(∠ج) > ق(∠ب) ∴ اب > اج

أ ب ج

نتيجة: في المثلث القائم الزاوية يكون الوتر هو أطول أضلاع المثلث

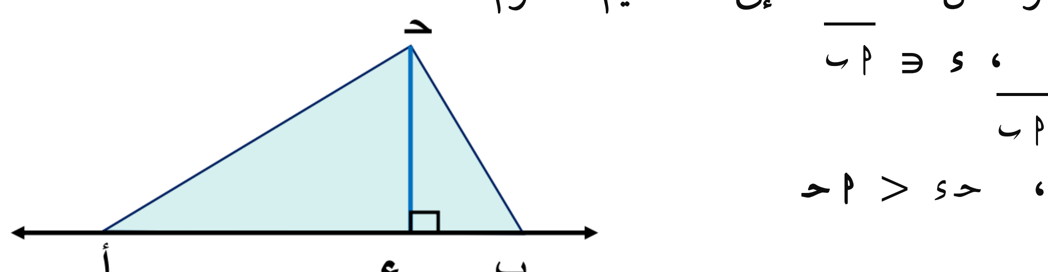
ملاحظة: في المثلث المنفرج الزاوية الضلع المقابل للزاوية المنفرجة هو أطول أضلاع المثلث

طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من نقطة خارج مستقيم معلوم إلى هذا المستقيم أصغر من أي قطعة مستقيمة مرسومة من هذه النقطة إلى المستقيم المعلوم

إذا كانت حـ ∉ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، ء ∈ $\overline{\text{أب}}$

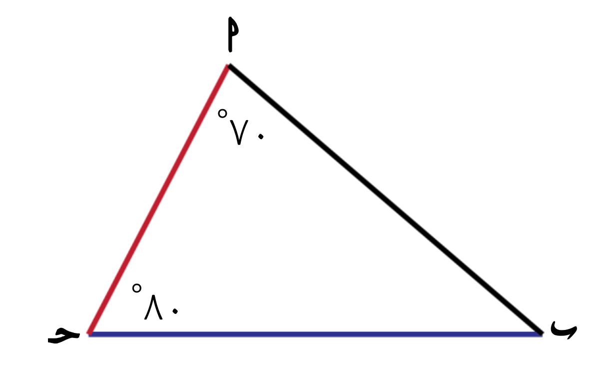
بحيث أن $\overline{\text{حـء}}$ ⊥ $\overline{\text{أب}}$

حـء < حـب ، حـء < حـأ



تعريف :بعد أي نقطة عن مستقيم معلوم هو طول القطعة المستقيمة العمودية المرسومة من هذه النقطة إلى هذا المستقيم المعلوم.

مثال محلول (١) مستعينا بالشكل المقابل أكمل بإستخدام (< أو >)



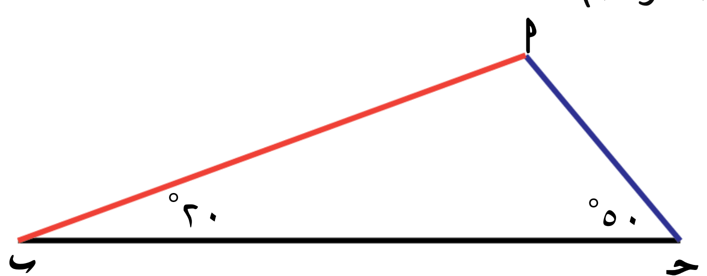
(١) أب .... أحـ

(٢) أب .... بحـ

(٣) أحـ .... بحـ

الحل : (١) > (٢) > (٣) <

تدريب (١) مستعينا بالشكل المقابل أكمل بإستخدام (< أو >)

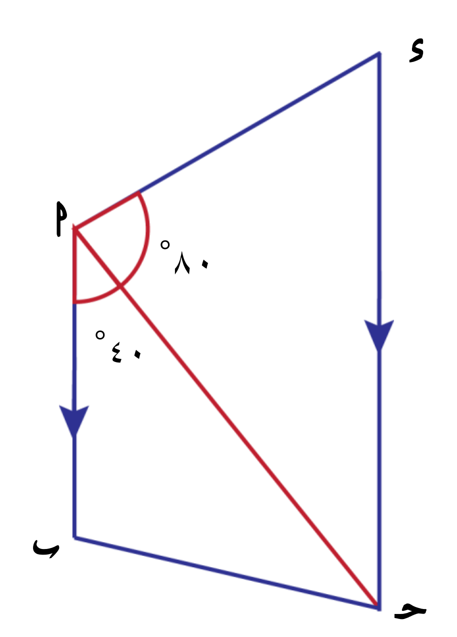


(١) م ب .... م حـ

(٢) م ب .... ب حـ

(٣) م حـ .... ب حـ

الحل : (١) < (٢) > (٣) >



مثال محلول(٢) : في الشكل المقابل :

$\overline{أب}$ // $\overline{ءحـ}$ ، ق(∠ ب م حـ) = ٤٠°

، ق(∠ ء م حـ) = ٨٠°

برهن أن م حـ < م ء

الحل :

∵ $\overline{أب}$ // $\overline{ءحـ}$

∴ ق(∠ ب م حـ) = ق(∠ م حـ ء) = ٤٠° (بالتبادل)

في Δ م ب حـ ق(∠ م ء حـ)= ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

∵ ق(∠م ء حـ) < ق(∠ م حـ ء) ∴ م حـ < م ء



تمارين على الدرس الثالث

السؤال الأول: اختر الاجابة الصحيحة :

(١) المثلث س ص ع فيه: ق(∠ ع) = ٨٠° ، ق(∠ ص) = ٤٠° فإن س ص....ص ع

(أ) $<$ (ب) $>$ (حـ) $=$ (ء) نصف

(٢) المثلث أ ب حـ فيه: ق(∠ ب) = ٩٠° فإن أ حـ....أ ب

(أ) $<$ (ب) $>$ (حـ) $=$ (ء) نصف

(٣) المثلث س ص ع فيه: ق(∠ س) = ١١٠° ، ق(∠ ص) = ٤٠° فإن ع س....ص ع

(أ) $<$ (ب) $>$ (حـ) $=$ (ء) ضعف

السؤال الثانى أكمل ما يأتي:

١) س ص ع مثلث فيه ق(∠ س) = ١١٠° ، ق(∠ ص) = ١٠° فإن:
س ص .... س ع

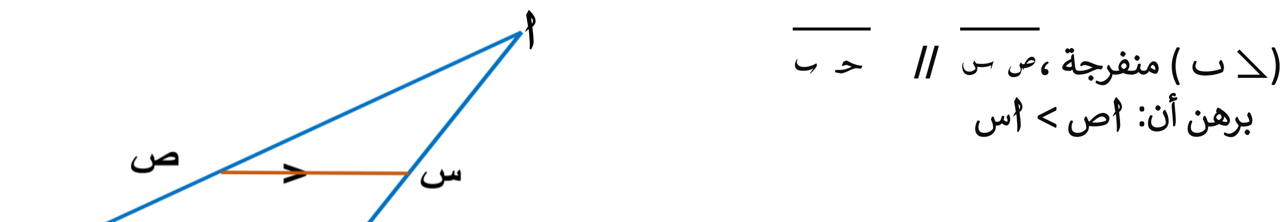
٢) أقصر بعد بين نقطة ومستقيم معلوم هو.........

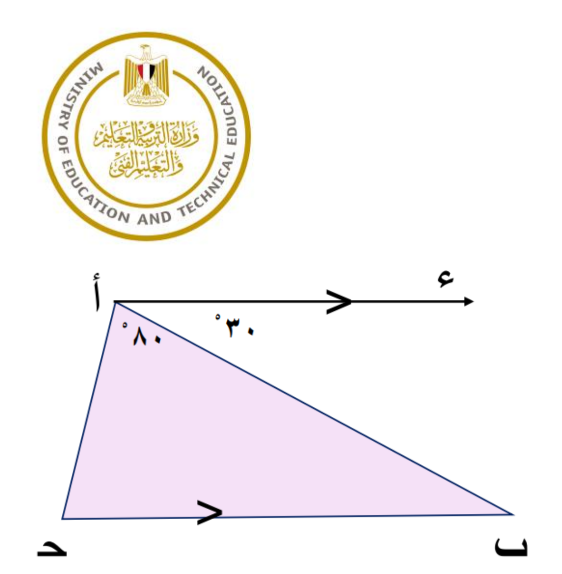
٣) س ص ع مثلث فيه ق(∠ ص) = ١٠٠° فإن أكبر أضلاع المثلث طولا هو......

السؤال الثالث : في الشكل المقابل:

(∠ ب) منفرجة ، $\overline{\text{ص س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

برهن أن: أص > أس



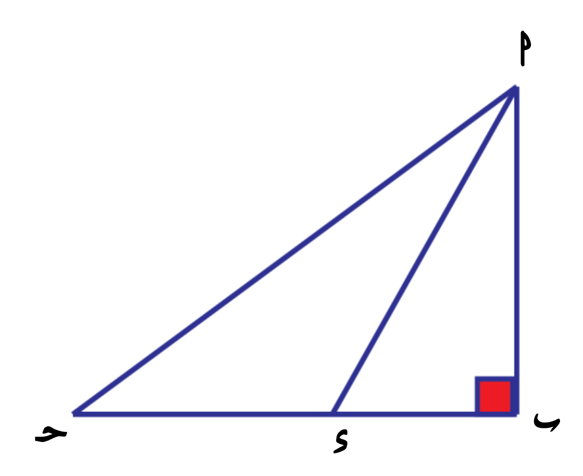


السؤال الرابع: في الشكل المقابل: $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

ق(∠ ب أ حـ) = ٨٠° ، ق(∠ ء أ ب) = ٣٠°

برهن أن : أ ب > أ حـ

السؤال الخامس في الشكل المقابل:



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية في ب

برهن أن: أ حـ > أ ء

السؤال السادس في الشكل المقابل:

$\overline{\text{أ هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق(∠ ء أ هـ) = ٧٠°

، ق(∠ هـ أ حـ) = ٣٠°

برهن أن : أ حـ > أ ب



حلول تمارين على الدرس الثالث

(١) الحل : (١) > (٢) < (٣) >

(٢) < (٢)البعد العمودى بين هذه النقطة و المستقيم (٣) س ع

(٣) ∵ Δ أ ب حـ منفرج الزاوية في ب

∴ ق(∠ ب) > ق(∠ حـ) ← (١)

∵ $\overline{\text{ص س}}$ // $\overline{\text{حـ ب}}$

∴ ق(∠ أ س ص) = ق(∠ ب) ، ق(∠ أ ص س) = ق(∠حـ) ← (٢)

من ١ ، ٢

∴ ق(∠ أ س ص) > ق(∠ أ ص س) ∴ أص > أس

(٤)

∵ $\overline{\text{ءأ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق(∠ ء أ ب) = ق(∠ ب)= °٣٠ (بالتبادل)

فى Δ أ ب حـ ق(∠ حـ)=°١٨٠ -(°٨٠+°٣٠) = °٧٠

∵ ق(∠حـ) > ق(∠ ب) ∴ أ ب > أ حـ

(٥)

∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ ق(∠ب) > ق(∠ حـ) ← (١)

∵(∠ أ ء حـ) خارجة عن المثلث أ ب ء

∴ ق(∠ أ ء حـ) > ق(∠ ب) ← (٢)

من ١ ، ٢ ق(∠ أ ء حـ) > ق(∠ حـ) ∴ أحـ > أء

(٦) ∵ $\overline{\text{أ هـ}}$//$\overline{\text{ب حـ}}$

ق (∠ب) = ق(∠ ء أ هـ) = °٧٠ بالتناظر ، ق(∠ جـ) = ق(∠ حـ أ هـ) = °٣٠ بالتبادل

∴ ق (∠ب) > ق(∠ جـ) ∴ أ جـ > أ ب



الدرس الرابع: متباينة المثلث

ملخص الدرس:

١) في أي مثلث يكون مجموع طولي أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث

أي أنه: في أي مثلث ا ب ح يكون

ا ب + ب ح > ا ح ، ب ح + ا ح > ا ب ، ا ب + ا ح > ب ح

١) طول أي ضلع في المثلث أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الأخرين وأقل من مجموعهما.

أي أنه : في أي مثلث أ ب ح

يكون ا ح - ا ب > ب ح > ا ح + ا ب

أي أن ب ح ∈] ا ب − ا ح ، ا ب + ا ح [

مثال محلول (١):

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يلي مع ذكر السبب :

١٠ سم , ٤ سم , ٦ سم

------------------ الحـــــل ------------------

٤ + ٦ = ١٠ (مجموع أصغر ضلعين = طول الضلع الثالث)

إذن لا يحقق متباينة المثلث

لا يمكن رسم مثلث أطواله ١٠ سم , ٤ سم , ٦ سم

تدريب (١):

هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه كما يلي مع ذكر السبب :

٩ سم , ١٤ سم , ٧ سم

مثال محلول (٢):

إذا كان طول ضلعين فى مثلث ٦سم ، ٩سم أوجد الفترة التى ينتمى اليها طول الضلع الثالث .

------------------ الحـــــل ------------------

∵ طول أي ضلع في المثلث أكبر من الفرق بين طولي الضلعين الأخرين وأقل من مجموعهما.

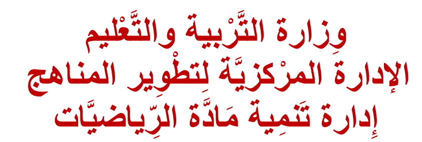
نفرض طول الضلع الثالث ل سم فيكون ل ∈] الفرق , المجموع [

٩ − ٦ > ل > ٩ + ٦   ل ∈] ٣ , ١٥ [

تدريب (٢):

إذا كان طول ضلعين فى مثلث ٤سم ، ٧سم أوجد الفترة التى ينتمى اليها طول الضلع الثالث .





مثال محلول (٣):

في الشكل المقابل:

أ ب ح ء شكل رباعي تقاطع قطراه في ه

أثبت أن

أ ح + ب ء > ب ح + أ ء

الحـــــل

في المثلث ه ب ح :

ه ح + ه ب > ب ح متباينة المثلث (١)

في المثلث ه أ ء

ه أ + ه ء > أ ء متباينة المثلث (٢)

من (١) , (٢) بالجمع

ه ح + ه أ + ه ب + ه ء > ب ح + أ ء

ه ح + ه أ = أ ح , ه ب + ه ء = ب ء

أ ح + ب ء > ب ح + أ ء

تدريب (٣):

رتب قياسات زوايا المثلث أ ب ح في كل من الحالات الأتية ترتيب تنازليا :

أب = ١٢ سم ، ب ح = ١٥ سم، أ ح = ١٠ سم

حل تدريب (١):

∵ ٩ + ٧ > ١٤ إذن يمكن رسم مثلث أطواله ٩سم , ٧ سم , ١٤ سم

حل تدريب (٢):

٧ – ٤ < ل < ٧ + ٤ ل ∈] ٣ , ١١ [

حل تدريب (٣):

نرتب أضلاع المثلث: ب ح > أ ب > أ ح

ق (∠ أ) > ق (∠ ح) > ق (∠ ب)





تمارين على الدرس الرابع:

(١) المثلث أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ٤٠° ، ق (∠ ب) = ٧٥° رتب أضلاع المثلث تنازليا

---

(٢) هل يمكن رسم مثلث أطوال أضلاعه ٦ سم , ١٥ سم , ٧ سم ؟

---

(٣) بين ايا من الأطوال الاتية تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث :

(١) ٢سم ، ٥سم ، ٣سم

(٢) ٣سم ، ٧سم ، ٥سم

(٣) ٤سم ، ١١سم ، ٦سم

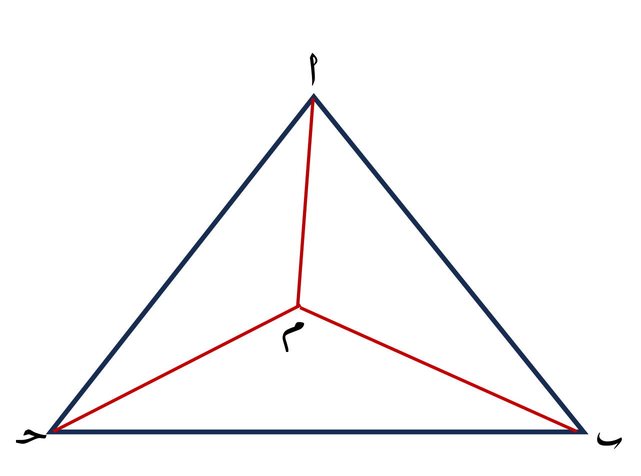
(٤) ١٤سم ، ٩سم ، ٧سم

....

(٤) فى الشكل المقابل :

إذا كان محيط المثلث أ ب حـ = ٢٠

برهن أن : م أ + م ب + م حـ > ١٠



حلول تمارين على الدرس الرابع:

(١) ق (∠ حـ) = ١٨٠° − (٤٠° + ٧٥°) = ٦٥°

نرتب زوايا المثلث: ق (∠ ب) > ق (∠ حـ) > ق (∠ أ)

أ حـ > أ ب > حـ ب

---

(٢) ∵ ٦ + ٧ > ١٥ إذن لا يمكن رسم مثلث أطواله ٦ سم , ١٥ سم , ٧ سم

(٣) (١) لاتصلح لأن ٢+٣=٥ (٢) تصلح ٣+٥=٨ > ٧ (٣) لا تصلح (٤) تصلح

(٤)

الحل : م أ + م ب > أ ب (١)

م أ + م حـ > أ حـ (٢)

م ب + م حـ > ب حـ (٣)

بالجمع :

٢ م أ + ٢ م ب + ٢ م حـ > أ ب + أ حـ + ب حـ

٢ (م أ + م ب + م حـ) > أ ب + أ حـ + ب حـ

٢ (م أ + م ب + م حـ) > ٢٠

∴ م أ + م ب + م حـ > ١٠



وزارة التَّربية والتَّعْليم
الإدارة المرْكزيَّة لِتطْوير المناهج
إدارة تَنمِية مَادَّة الرِّياضيَّات

اختبار الوحدة

(١) أكمل لتكون العبارة صحيحة

(١) أكبر أضلاع المثلث القائم الزاوية طولا هو ....

(٢) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث ٣سم ، ٧سم فإن ....< طول الضلع الثالث < ....

(٣) إذا كان طولا ضلعين فى مثلث متساوى الساقين ٣سم و ٧سم فإن طول الضلع الثالث =....

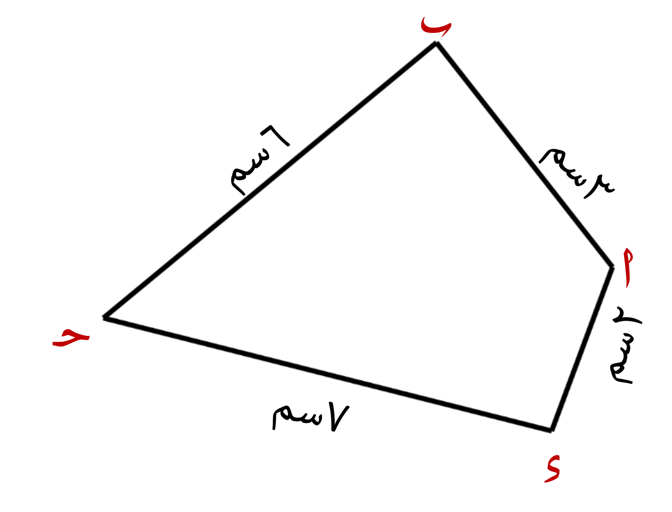
(٤) Δ أ ب حـ فيه ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن اكبر أضلاعه طولاً هو .....

(٥) مجموع طولى أى ضلعين فى مثلث ....طول الضلع الثالث

(٦) مثلث أ ب حـ فيه ق(∠ أ) = ٣٠° ، ق(∠ب) = ٥٠° فإن أطول أضلاع المثلث هو .....

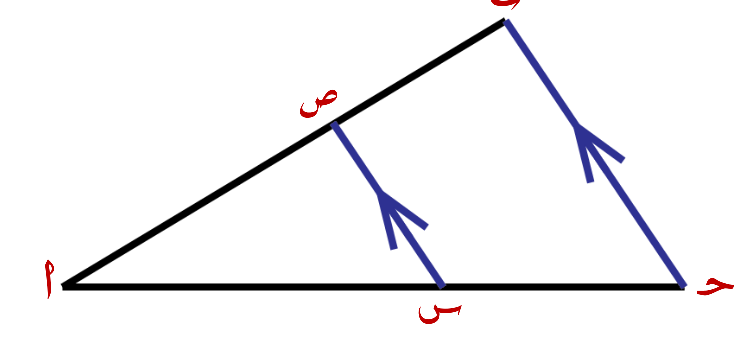
(٢) فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه أ ب= ٣سم ،
ب حـ=٦سم ، حـ ء=٧سم ، أ ء=٢سم
برهن أن : ق(∠ب أ ء) < ق(∠ب حـ ء)



(٣) فى الشكل المقابل :

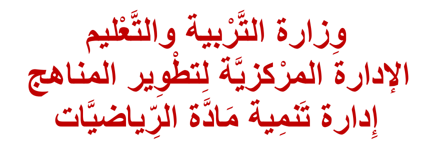
أ حـ < أ ب ، سص // ب حـ
أثبت أن : أ س < أ ص



(٤)

في الشكل المقابل: أ ب حـ مثلث
، ق (∠ ب أ ء) = ق(∠ ء أ حـ)
، ق(∠ ب) = ٧٠° ، ق(∠ حـ) = ٣٠°
أثبت أن : أ ء < ب ء





حلول اختبار الوحدة

(١)

(١) الوتر (٢) ٤، ١٠ (٣) ٧سم (٤) ب حـ (٥) أكبر (٦) أ ب

(٢) العمل : نرسم $\overline{\text{أ حـ}}$

في المثلث أ ب حـ

∵ ب حـ > أ ب ∴ ق(∠ ب أ حـ) > ق(∠ ب حـ أ) ← (١)

∵ ء حـ > أ ء ∴ ق(∠ ء أ حـ) > ق(∠ ء حـ أ) ← (٢)

بجمع ١، ٢ **∴ ق(∠ ب أ ء) > ق(∠ ب حـ ء)**

(٣)

∵ $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

∴ ق(∠ حـ) = ق(∠ أ س ص) بالتبادل ← (١)

ق(∠ ب) = ق(∠ أ ص س) بالتبادل ← (٢)

∵ أ حـ > أ ب ∴ ق(∠ ب) > ق(∠ حـ) ← (٣)

من ١ ، ٢ ، ٣

∴ ق(∠ أ ص س) > ق(∠ أ س ص) ∴ أ س > أ ص

(٤)

ق (∠ ب أ حـ) = ١٨٠ − (٧٠ + ٣٠) = ٨٠°   ق(∠ ب أ ء) = ٤٠°

في المثلث أ ب ء

∴ ق (∠ ب) > ق(∠ ب أ ء) ∴ أ ء > ب ء



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

نموذج امتحان استرشادي لمادة الجبر والاحصاء

الفصل الدراسى الأول للعام الدراسى ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م

الصف : الثانى الأعدادي

الزمن : ساعتان
يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

السؤال الأول: أختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) العدد غير النسبي من بين الأعداد التالية هو ....

(أ) ٤,٥ (ب) π (ج) $\sqrt[3]{٢٧}$ (د) $\sqrt{٢٥}$

(٢) المستقيم المار بالنقطتين (ـ١ ، ١) ، (٠ ، ٣) ميله = ...

(أ) ٢ (ب) ـ٢ (ج) ٣ (د) ـ٣

(٣) طول قطر الكرة التي حجمها ٣٦ π سم^٣ = ... سم

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ١٢

(٤) الخط المستقيم الممثل بالعلاقة : ٢س = ٢٠ ، يقطع محور السينات في النقطة ....

(أ) (١٠ ، ٠) (ب) (٠ ، ١٠) (ج) (٠ ، ٢٠) (د) (٢٠ ، ٠)

(٥) إذا كان:(٣٠ ، ٢٠) نقطة تقاطع المنحنيين المتجمعين الصاعد والنازل ،
فإن : مجموع التكرارات =...........

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٣٠ (د) ٤٠

السؤال الثانى: أكمل كل من العبارات التالية لتصبح صحيحة :

(١) المساحة الكلية لمكعب حجمه ١٢٥ سم^٣ = ... سم^٢

(٢) مجموعة حل المعادلة : ٢س^٢ + ١٥ = ٣ ، في ح : هي ....

(٣) إذا كان : (أ ، أ) يحقق العلاقة: س + ص = ١٠ ، فإن : أ = ...

(٤) إذا كان الحد الأدنى لمجموعة هو ٣٠ والحد الأعلى ٤٠ ، فإن : مركز المجموعة = ...



السؤال الثالث:

(أ) أوجد مجموعة حل المتباينة : ٧س < ٥س + ٦ ، في ح و مثلها على خط الأعداد .

(ب) أختصر ما يلي لأبسط صورة : ٤ $\sqrt[3]{٨١}$ – ٢ $\sqrt{٢٧}$ + ٣ $\sqrt{١٢}$

السؤال الرابع:

(أ) إذا كان : س = $\sqrt{٣}$ – ١ ، ص = $\sqrt{٣}$ + ١ ، فأوجد قيمة :
س ص + (س – ص)^{٢}

(ب) إذا كان : س = [–٣ ، ٧] ، ص = [–٩ ، ٣ [، فأوجد مستعيناً بخط الأعداد .
(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س – ص

السؤال الخامس:

(أ) أثبت أن النقاط : أ(–١، –٤) ، ب(٠ ، ١) ، جـ (٢ ، ١١) تقع على استقامة واحدة.

(ب) من بيانات الجدول التالي أوجد الوسط الحسابي .

المجموعات	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–	٥٠–	المجموع
التكرار	٨	١٢	٢٠	١٤	٦	٦٠



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

إجابة النموذج الاسترشادي لمادة الجبر والإحصاء
الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠٢٣ / ٢٠٢٤ م
الصف : الثاني الإعدادي

الدرجة الكلية
٢٤

إجابة السؤال الأول : خمس درجات (كل مفردة درجة واحدة)

(١) π (٢) ٢ (٣) ٦ (٤) (١٠ ، ٠) (٥) ٤٠

إجابة السؤال الثاني : أربع درجات (كل مفردة درجة واحدة)

(١) ١٥٠ (٢) Ø (٣) ٥ (٤) ٣٥

إجابة السؤال الثالث : خمس درجات : (كل فقرة درجتان ونصف)

(أ) ٧س – ٥س > ٦ ∴ ٢س > ٦ ∴ س > ٣ (درجة ونصف)

∴ م . ح =] –∞ ، ٣ [(نصف درجة)

(نصف درجة) –∞ ، ٣ ، ∞

(ب) ١٢ √٣ – ٦ √٣ + ٦ √٣ = ١٢ √٣

نصف درجة — نصف درجة — نصف درجة — درجة

إجابة السؤال الرابع : خمس درجات : (كل فقرة درجتان ونصف)

(أ) (√٣ – ١) (√٣ + ١) + ((√٣ – ١) - (√٣ + ١))^٢ = (٣ – ١) + (– ٢)^٢ = ٦

نصف درجة — نصف درجة — نصف درجة — نصف درجة — نصف درجة

(ب) س ∪ ص =] –٩ ، ٧ [، س ∩ ص = [–٣ ، ٣] ، س – ص =] ٣ ، ٧ [

نصف درجة — نصف درجة — نصف درجة

درجة

–∞ ، –٩ ، –٣ ، ٣ ، ٧ ، ∞



إجابة السؤال الخامس : خمس درجات : (كل فقرة درجتان ونصف)

(أ) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{١ + ٤}{٠ + ١}$ = ٥ درجة

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{١١ - ١}{٢ - ٠}$ = ٥ درجة

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ (مشتركان في نقطة ب) نصف درجة

∴ النقاط أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

(ب) مركز المجموعات = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$ = $\frac{١٠ + ٢٠}{٢}$ = ١٥

المجموعات	مركز المجموعة (م)	التكرار (ك)	م × ك
١٠-	١٥	٨	١٥ × ٨ = ١٢٠
٢٠-	٢٥	١٢	٢٥ × ١٢ = ٣٠٠
٣٠-	٣٥	٢٠	٣٥ × ٢٠ = ٧٠٠
٤٠-	٤٥	١٤	٤٥ × ١٤ = ٦٣٠
٥٠-	٥٥	٦	٥٥ × ٦ = ٣٣٠
المجمـوع		٦٠	٢٠٨٠

كل عمود نصف درجة

الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع (ك × م)}}{\text{مجموع (ك)}}$ = $\frac{٢٠٨٠}{٦٠}$ = ٣٤,٦٦ نصف درجة



نموذج استرشادى للصف الثانى الاعدادى الفصل الدراسى الأول ٢٠٢٣ /٢٠٢٤

المادة / هندسة　　　　　　الزمن / ساعتان

أجب عن الأسئلة الآتية :　　　　　　يسمح باستخدام الآلة الحاسبة

السؤال الأول : أكمل ما يأتى :

١) طول الضلع المقابل للزاوية التي قياسها ٣٠° في المثلث القائم الزاوية يساوي .... طول الوتر

٢) عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع = ...

٣) المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥سم ، (س + ٣) سم ، ١٣سم يكون متساوى الساقين
عندما س = ...

٤) المستقيم العمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها يكون .... لها

السؤال الثانى : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) فى المثلث ٱ ب جـ إذا كان ٱ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٩ سم فإن ٱ جـ يمكن أن يساوي ....

ٱ) ٣　　ب) ٨　　جـ) ١٥　　د) ١٨

٢) في المثلث ٱ ب جـ إذا كان ق (∠ ب) > ق (∠جـ) فان ٱ ب ....ٱ جـ

ٱ) =　　ب) <　　جـ) >　　د) ⩾

٣) نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كل منها بنسبة .... من جهة القاعدة .

ٱ) ١:٣　　ب) ٣:٦　　جـ) ٢:١　　د) ٣:٢

٤) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة واحدة يساوى .... قوائم

ٱ) ٦　　ب) ٥　　جـ) ٤　　د) ٣

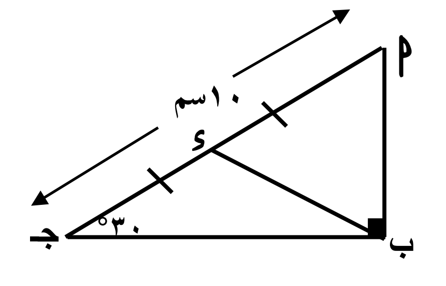
٥) إذا كانت ٱ تقع على محور تماثل $\overline{\text{س ص}}$ فإن ٱ س ـ ٱ ص = ...

ٱ) صفر　　ب) -١　　جـ) ١　　د) ٢



وزارة التربية والتعليم
الإدارة المركزية لتطوير المناهج
مكتب مستشار الرياضيات

السؤال الثالث :

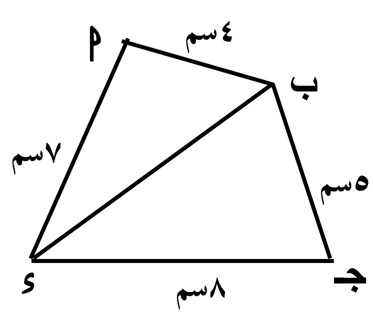
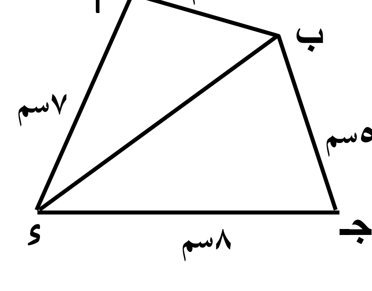


(أ) فى الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب ، ق (∠ جـ) = ٣٠ °

، ء منتصف $\overline{\text{أ جـ}}$ ، أ جـ = ١٠سم

أوجد بالبرهان : طول كل من : $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$

(ب) فى الشكل المقابل :-

أ ب جـ ء شكل رباعي فيه : أ ب = ٤ سم ،

ب جـ = ٥ سم ، جـ ء = ٨سم ، أ ء = ٧ سم

أثبت أن: ق (∠أ ب جـ) > ق (∠ أ ء جـ)

السؤال الرابع :

(أ) فى الشكل المقابل :

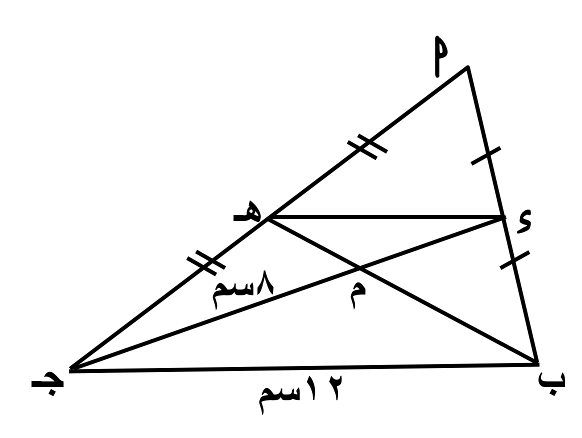
المثلث ل ع ص متساوى الأضلاع، ل ص = س ص
، ق(∠ ل ص س) = ٩٠° ،
أوجد بالبرهان : ق(∠ س ل ع)

(ب) فى الشكل المقابل :

أ ب جـ مثلث فيه ء ، هـ منتصفي $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ علي الترتيب


$\overline{\text{ء جـ}}$ ∩ $\overline{\text{ب هـ}}$ = { م }

ب جـ = ١٢سم ، ب هـ = ٩ سم ، م جـ = ٨سم
أوجد بالبرهان محيط المثلث ء م هـ .



السؤال الخامس :

(م) فى الشكل المقابل :

م ء // ب جـ ، ق(∠ ء م جـ) = ٤٠°

ق (∠ ب م جـ) = ٨٠°

أثبت أن : م حـ > م ب

(ب) فى الشكل المقابل :

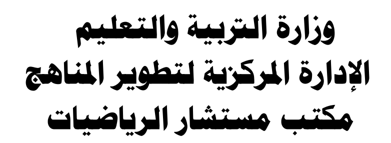
م ب جـ مثلث فيه :

م ب = م جـ ، س ص // ب جـ

أثبت أن : المثلث م س ص متساوى الساقين .

((انتهت الأسئلة))





حل النموذج الاسترشادى للصف الثانى الاعدادى

المادة / هندسة   الدرجة : ٢٤

السؤال الأول : أربع درجات كل مفردة درجة واحدة

١) نصف   ٢) ٣   ٣) ١٠   ٤) محور تماثل

السؤال الثانى : خمس درجات كل مفردة درجة واحدة

١) (ب) ٨   ٢) (ج) >   ٣) (ب) ٣:٦   ٤) (ج) ٤   ٥) (ا) صفر

السؤال الثالث : (خمس درجات كل فقرة درجتان ونصف)

(ا) ∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ء منتصف $\overline{\text{ا جـ}}$ ∴ ب ء = $\frac{1}{2}$ ا جـ = ٥ سم   درجة ونصف

∵ ق (∠ ب) = ٩٠° ، ق (∠جـ) = ٣٠° ∴ ا ب = $\frac{1}{2}$ ا جـ = ٥ سم   درجة

(ب)

فى المثلث ا ب ء ∵ ا ء > ا ب   نصف درجة

∴ ق(∠ ا ب ء) > ق(∠ا ء ب) ⟵ (١)   نصف درجة

فى المثلث ب جـ ء ∵ جـ ء > ب جـ   نصف درجة

∴ ق(∠ جـ ب ء) > ق(∠ جـ ء ب) ⟵ (٢)   نصف درجة

من ١ ، ٢ بالجمع ينتج أن :

ق(∠ ا ب ء) + ق(∠ جـ ب ء) > ق(∠ا ء ب) + ق(∠ جـ ء ب)

∴ ق(∠ ا ب جـ) > ق (∠ا ء جـ)   نصف درجة

السؤال الرابع : (خمس درجات كل فقرة درجتان ونصف)

(ﻣ)

∵ المثلث ل ع ص متساوى الأضلاع — نصف درجة

∴ ق(∠ ص ل ع) = ق(∠ ل ص ع) = ق(∠ ع) = ٦٠° — نصف درجة

∵ المثلث ل س ص فيه : ل ص = س ص ، ق (∠ ل ص س) = ٩٠° — نصف درجة

∴ ق(∠ س ل ص) = (١٨٠° − ٩٠°) ÷ ٢ = ٤٥° — نصف درجة

∴ ق(∠ س ل ع) = ق(∠ س ل ص) + ق(∠ ص ل ع) = ٤٥° + ٦٠° = ١٠٥° — نصف درجة

(ب)

∵ ء ، هـ منتصفى $\overline{\text{ﻣ ب}}$ ، $\overline{\text{ﻣ جـ}}$ ∴ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = ٦ سم — نصف درجة

∵ ء منتصف $\overline{\text{ﻣ ب}}$ ∴ $\overline{\text{جـ ء}}$ متوسط فى المثلث ﻣ ب جـ

∵ هـ منتصف $\overline{\text{ﻣ جـ}}$ ∴ $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسط فى المثلث ﻣ ب جـ

∴ م هى نقطة تقاطع متوسطات المثلث ﻣ ب جـ — نصف درجة

∵ ب هـ = ٩ سم ∴ م هـ = $\frac{١}{٣}$ ب هـ = $\frac{١}{٣}$ × ٩ = ٣ سم — نصف درجة

م جـ = ٨سم ∴ م ء = $\frac{١}{٢}$ م جـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤سم — نصف درجة

∴ محيط المثلث ء م هـ = مجموع أطوال أضلاعه = ٦ + ٣ + ٤ = ١٣ سم — نصف درجة



السؤال الخامس : (خمس درجات كل فقرة درجتان ونصف)

(ﻡ)

∵ ﻡ ء // ب جـ ، ﻡ جـ قاطع لهما — نصف درجة

∴ ق(∠ ء ﻡ جـ) = ق(∠ ﻡ جـ ب) = ٤٠ ° بالتبادل — نصف درجة

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث ﻡ ب جـ الداخلة = ١٨٠ °

∵ ق(ب ﻡ جـ) = ٨٠ ° ، ق(> ﻡ جـ ب) = ٤٠ °

∴ ق(∠ ب) = ١٨٠ ° – (٤٠ ° + ٨٠ °) = ١٨٠ ° – ١٢٠ ° = ٦٠ ° — نصف درجة

فى المثلث ﻡ ب جـ : ∵ ق(∠ ب) > ق(∠ ﻡ جـ ب) — نصف درجة

∴ ﻡ جـ > ﻡ ب — نصف درجة

(ب)

∵ ﻡ ب = ﻡ جـ ∴ ق(∠ ب) = ق(∠ جـ) ⟵ (١) — نصف درجة

∵ س ص // ب جـ ، ب ﻡ قاطع لهما

∴ ق(∠ ب) = ق(∠ ﻡ س ص) بالتناظر ⟵ (٢) — نصف درجة

∵ س ص // ب جـ ، جـ ﻡ قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ) = ق(∠ ﻡ ص س) بالتناظر ⟵ (٣) — نصف درجة

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن :

ق(∠ ﻡ س ص) = ق(∠ ﻡ ص س) — نصف درجة

المثلث ﻡ س ص متساوى الساقين — نصف درجة